

# 11

## **CIRCUITI ELETTRONICI RETROAZIONATI** ***EFFETTI DI $G_{loop}$ FINITO***

- 11.1 *Circuiti ideali e circuiti reali : l'importanza del Guadagno dell'anello*
- 11.2 *Calcolo del guadagno di anello*
- 11.3 *Trasferimento reale ed unidirezionalità dei blocchi*
  - 11.3.1 *Il guadagno diretto*
- 11.4 *Calcolo delle impedenze di ingresso e di uscita*
  - 11.4.1 *Avvicinamento all'anello di retroazione*
  - 11.4.2 *Procedimento di calcolo dell'impedenza*
  - 11.4.3 *Esempio di calcolo in un circuito a BJT*
  - 11.4.4 *Ulteriore esempio di calcolo dell'impedenza*
  - 11.4.5 *Ricalcolo di  $G_{loop}$*
- 11.5 *Generatori di corrente retroazionati per massimizzarne l'impedenza di uscita*
- 11.6 *Il Source (Emitter) follower come esempio di circuito retroazionato molto compatto*

## 11.1 CIRCUITI IDEALI e CIRCUITI REALI : L'IMPORTANZA DEL GUADAGNO DI ANELLO

Nell'analizzare il comportamento dei circuiti nel capitolo precedente abbiamo sempre immaginato che il lavoro svolto dalla retroazione fosse perfetto, tale cioè da contrastare le variazioni del comando del transistor di ingresso in maniera quasi totale. Questo concetto è stato espresso quantitativamente da un guadagno d'anello di valore infinitamente grande (cosicché l'infinitesimo  $\varepsilon$  del comando moltiplicato con l'infinito del guadagno desse il valore finito necessario affinché tutto si svolga come previsto). Grazie a ciò tutte le equazioni viste nel §10.2, dalla (10.1) alla (10.6), assumevano i valori asintotici, che ci siamo abituati a “vedere” nei vari circuiti pur molto diversi tra loro.

In realtà difficilmente un circuito costituito da transistori e componenti passivi mantiene la promessa di fornire un guadagno d'anello elevatissimo. Normalmente il **guadagno d'anello** di un circuito, inteso come il prodotto delle funzioni di trasferimento degli stadi che il segnale incontra nel percorrere interamente l'anello, ha un valore finito e qualche volta anche non particolarmente elevato. La conseguenza di ciò è che il trasferimento del circuito, la sua impedenza di ingresso o di uscita, la sua banda passante o altro si discostino da quelli che ci siamo abituati a calcolare “nel caso ideale”.

La domanda che sorge spontanea è quanto sia servito l'allenamento fatto nel precedente capitolo di idealizzare un circuito per capire cosa effettivamente faccia se poi nella realtà non ci si trovi nella situazione ideale immaginata. Ci chiediamo quindi quanto diverso sia il risultato reale dal valore stimato nella situazione ideale. La risposta a questa domanda è particolarmente confortante : se prendiamo l'espressione del guadagno del circuito dal §10.2, che riportiamo qui per comodità :

$$G(s) = \frac{s_u}{s_{in}} = \frac{A(s)}{1-A(s)F(s)} \cdot \frac{F(s)}{F(s)} = \frac{1}{F(s)} \cdot \frac{G_{loop}(s)}{1-G_{loop}(s)} = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1-G_{loop}(s)} \quad (11.1)$$

si vede che la differenza può essere molto piccola. Ad esempio se un circuito avesse  $G_{loop}=-50$ , ben diverso perciò dall'infinito fino ad ora immaginato, la differenza fra il valore calcolato idealmente,  $G_{id}$ , e quello effettivo,  $G$ , sarebbe solo del 2% !

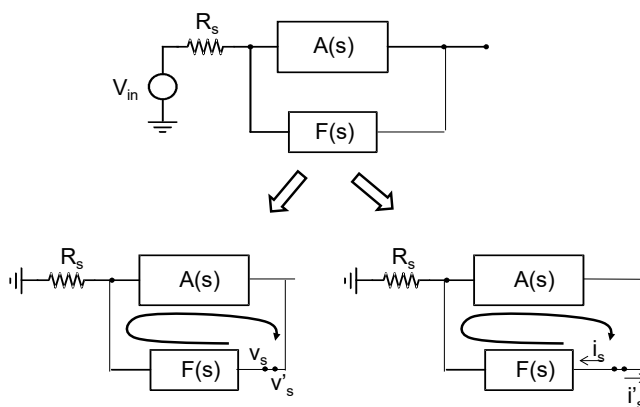
Siamo quindi confortati dal fatto che l'analisi ideale, nella sua semplicità e chiarezza, ci permette di capire cosa faccia il circuito e come si muova e reagisca ai segnali applicati. Il calcolo effettivo di  $G_{loop}$  serve a rifinire con precisione il risultato numerico ma non la funzionalità stessa del circuito, che rimane quella capita con il procedimento ideale.

## 11.2 CALCOLO DEL GUADAGNO DI ANELLO

Il guadagno di anello,  $G_{loop}$ , è una grandezza caratteristica di un sistema reazionato e la sua valutazione è un passo importante dell'analisi di un circuito. Per calcolarlo sullo schema circuitale o per misurarlo direttamente sul circuito, si deve pensare di applicare un segnale di sonda in un punto dell'anello e di determinare l'ampiezza ed il segno con cui esso ritorna nello stesso punto dopo aver percorso l'anello. In pratica si devono compiere le seguenti operazioni (Fig.11.1):

(a) - disattivare il generatore di segnale di ingresso ( $v_{in}$  o  $i_{in}$ ), cortocircuitando il generatore di tensione o aprendo il generatore di corrente. Infatti, per determinare  $G_{loop}$ , il segnale che scorre lungo l'anello deve essere dovuto solamente alla sollecitazione impressa in un punto dell'anello con il segnale di sonda ( $v_s$  o  $i_s$ ) e non ad altri segnali;

(b) – determinare il verso di percorrenza dell'anello. L'anello va percorso nel verso in cui effettivamente il segnale scorre, percorrendo gli stadi amplificanti dal loro ingresso alla loro uscita e ritornando attraverso il ramo di retroazione. Nei circuiti ad OpAmp è scontato percorrere l'OpAmp dai suoi ingressi alla sua uscita. Nei circuiti a singoli transistori il verso è suggerito dal transistor stesso, che deve essere percorso dal suo comando (Gate-Source o Base-Elettore) alla sua uscita (corrente di Drain/Collettore) e non viceversa;



**Fig. 11.1** Esempio schematico dell'operazione di valutazione del guadagno di anello: applicare un piccolo segnale  $v_s$  e percorrere l'anello fino a ritornare nel punto di partenza con  $v'_s$  oppure un piccolo segnale  $i_s$  e percorrere l'anello fino a ritornare con  $i'_s$ .  $G_{loop}$  è un numero adimensionale.

(c) – scegliere un punto dell’anello da cui partire. In linea di principio si può iniziare a percorrere l’anello da un qualunque suo punto e percorrerlo tutto fino a ritornare allo stesso punto.

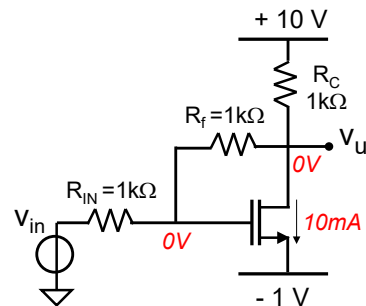
(d) – scegliere il tipo di segnale (tensione,  $v_s$ , o corrente,  $i_s$ ) con cui immaginare di sollecitare il circuito nel punto di partenza. In linea di principio si può scegliere liberamente tra tensione  $v_s$  o corrente  $i_s$  per iniziare il giro dell’anello. A volte, vedremo fra poco, ci sono segnali più comodi di altri con cui partire in base al punto scelto da cui partire;

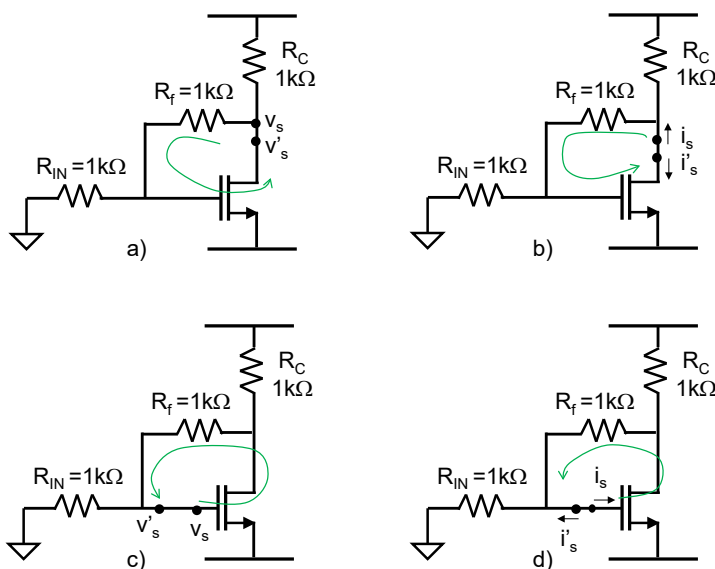
(e) – percorrere l’anello calcolando il guadagno passo-passo. Il calcolo è fatto utilizzando il guadagno per piccoli segnali tra stadi successivi visti nei capitoli precedenti;

(f) – alla fine del giro ritrovarsi con la stessa grandezza elettrica (tensione,  $v'_s$ , o corrente,  $i'_s$ ) con cui si era partiti. Il guadagno d’anello è infatti adimensionale essendo il rapporto tra i due valori di tensione (di inizio e fine giro) o tra i due valori di corrente (di inizio e fine giro). Qualora non si avesse già a disposizione il segnale di fine anello nella dimensione giusta, il segnale che si propaga lungo l’anello, giunto al punto da cui si era partiti, trova una impedenza davanti a sé da usarsi per ricondursi alla stessa grandezza elettrica di partenza;

(g) - Il segnale sonda va inteso come un piccolo segnale e pertanto i dispositivi su cui va ad applicarsi sono linearizzati per piccoli segnali, con i valori dei parametri degli elementi circuitali ( $g_m$ ,  $r_0$ ) valutati in base alla polarizzazione del circuito. Qualora si debba misurare direttamente il guadagno di anello di un circuito sul banco del laboratorio, bisogna avere cura che l’indagine non alteri le correnti stazionarie che fluiscono nel circuito, proprio per non cambiare i punti di lavoro dei componenti.

Allo scopo di illustrare come il punto da cui si inizia il calcolo e la scelta del tipo di segnale di sonda siano arbitrari, e come le varie scelte conducano tutte allo stesso valore di  $G_{loop}$ , prendiamo come esempio il circuito accanto utilizzando un MOSFET con  $V_T=0.5V$ ,  $k=10mA/V^2$ ,  $r_0$  infinita, i cui valori di polarizzazione sono indicati nello schema. Disattivato il generatore di tensione  $v_{in}$  ed individuato il senso antiorario di percorrenza dell’anello, si presentano le quattro alternative graficamente illustrate nella figura seguente.





Partenza dal Drain del transistore.

- (a) - Immaginando al Drain un segnale positivo di tensione di sonda  $v_s$ , si procede per ottenere alla fine del giro nello stesso punto un segnale di tensione  $v'_s$  (Fig. a):

$$v_s \cdot \frac{R_{IN}}{R_f + R_{IN}} \cdot g_m \cdot \frac{R_C(R_f + R_{IN})}{R_C + R_f + R_{IN}} = -v'_s$$

$$G_{loop} = \frac{v'_s}{v_s} = -\frac{g_m \cdot R_{IN} \cdot R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} = -13.3$$

Nel calcolo del valore di  $G_{loop}$  si mantiene la polarizzazione degli elementi non lineari presenti nel circuito, per cui il valore della transconduttanza  $g_m$  è pari a quello ricavato nella polarizzazione dello stadio.

- (b) - Immaginando al Drain un segnale di corrente di sonda  $i_s$  che inizia il giro, si procede per ottenere alla fine del giro nello stesso punto la corrente  $i'_s$  (Fig. b):

$$i_s \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} \cdot R_{IN} \cdot g_m = -i'_s$$

$$G_{loop} = \frac{i'_s}{i_s} = -\frac{g_m \cdot R_{IN} \cdot R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} = -13.3$$

Partenza dal Gate del transistore.

(c) - Immaginando al Gate un segnale di tensione di sonda  $v_s$  si procede per ottenere alla fine del giro nello stesso punto un segnale di tensione  $v'_s$  (Fig.c):

$$v_s \cdot g_m \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} \cdot R_{IN} = -v'_s$$

$$G_{loop} = \frac{v'_s}{v_s} = -\frac{g_m \cdot R_{IN} \cdot R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} = -13.3$$

(d) - Immaginando al Gate un segnale di corrente di sonda  $i_s$  che inizia il giro, si procede per ottenere alla fine del giro nello stesso punto la corrente  $i'_s$  (Fig. c). In questo caso, chiamo con  $Z_G$  l'impedenza mostrata dal Gate del MOSFET, che sappiamo essere in prima approssimazione infinita :

$$i_s \cdot Z_G \cdot g_m \cdot \frac{R_C}{R_C + R_f + R_{IN} \parallel Z_G} \cdot R_{IN} \parallel Z_G \cdot \frac{1}{Z_G} = -i'_s$$

$$G_{loop} = \frac{i'_s}{i_s} = -\frac{g_m \cdot R_{IN} \cdot R_C}{R_C + R_f + R_{IN}} = -13.3$$

Come si vede il risultato non cambia nonostante la strada per arrivarci sia diversa. Il valore negativo di  $G_{loop}$  conferma che il circuito è reazionato negativamente. Se per errore si percorresse l'anello nel senso opposto, si troverebbe  $G_{loop}=0$  perché un tentativo di variare la corrente sul Drain non indurrebbe alcuna variazione di  $v_{GS}$  !

Nel caso (b) si vede come alla fine del giro non ci sia necessità di utilizzare l'impedenza a valle del punto di arrivo per recuperare l'informazione in corrente, essendo già disponibile in tale forma. Questo perchè si è partiti da un punto a valle di un generatore di corrente (il Drain del MOSFET con  $r_0=\infty$ ) e si è utilizzato un segnale sonda di corrente. In generale:

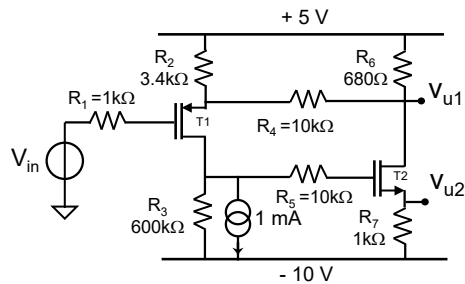
- se lungo l'anello di reazione esiste un generatore di corrente comandato (tipicamente il Drain/Collettore di un transistore), è opportuno partire a valle di esso per percorrere l'anello scegliendo come segnale di sonda proprio un segnale di corrente, così da avere già disponibile alla fine dell'anello la corrente di confronto qualunque sia l'impedenza vista da quel punto lungo l'anello.

Abbiamo anche verificato che la situazione c) permette di ottimizzare il calcolo:

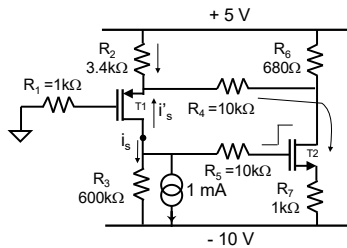
- se lungo l'anello di reazione c'è il Gate di un MOSFET è opportuno partire con un segnale di tensione da lì in quanto alla fine del giro quel punto mostra una impedenza infinita e quindi fornisce direttamente la tensione di confronto.

Riflettete anche che se lungo l'anello ci fosse un OpAmp, è opportuno partire dalla sua uscita scegliendo come segnale di partenza un segnale di tensione così da avere già disponibile alla fine dell'anello in quello stesso punto la tensione di confronto qualunque sia l'impedenza lungo l'anello in quel punto,

**E11.1** Calcolare il guadagno di anello del circuito accanto ( $V_T=0.6V$  e  $k=1mA/V^2$ ), già analizzato nell'esercizio E10.1. In base al risultato ottenuto, aggiornare i due valori di guadagno del circuito.



Dopo avere polarizzato il circuito ( $g_{m1}=2mA/V$ ,  $1/g_{m1}=500\Omega$ ,  $g_{m2}=4.5mA/V$ ,  $1/g_{m2}=220\Omega$ ), si disattiva il generatore di segnale  $V_{in}$  e si sceglie un punto di partenza per il calcolo di  $G_{loop}$ . Forzando ad esempio un segnale sonda di corrente al Drain di T1 con il verso di percorrenza dell'anello antiorario, cioè verso il basso,



si ottiene:

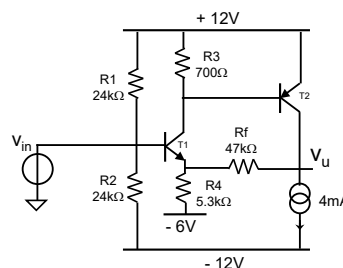
$$G_{loop} = -\frac{R3}{1/gm2 + R7} \cdot \frac{R6}{R6 + R4 + R2 || 1/gm1} \cdot \frac{R2}{R2 + 1/gm1} \cong -26$$

Notate che il guadagno di anello è indipendente dalla uscita,  $V_{u1}$  o  $V_{u2}$ , che si volesse scegliere per il trasferimento. Si ottengono così i due guadagni reali del circuito come :

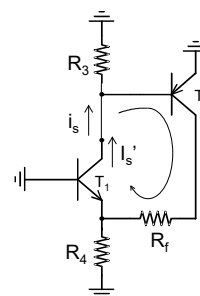
$$G_{r1} = 3.9 \frac{26}{27} = 3.75 \qquad G_{r2} = -6.1 \frac{26}{27} = -5.9$$

Un valore del guadagno d’anello di -26 comporta quindi degli errori solo del 4% rispetto ai valori ideali, sicuramente ininfluente alla comprensione chiara del funzionamento del circuito stesso permessoci dal ragionamento sintetico fatto nel Cap.10.

**E11.2** Calcolare il guadagno di anello del circuito accanto ( $\beta=400$ ), già analizzato nell’esercizio E 10.2.



Dopo avere polarizzato il circuito, si disattiva il generatore di tensione di segnale. Esso pone a massa la Base del transistore di ingresso ed esclude dalla rete le due resistenze di polarizzazione  $R_1$  e  $R_2$ . Per il calcolo di  $G_{loop}$  conviene partire dal Collettore di un transistore, per es. quello di ingresso, e forzare un segnale sonda di corrente  $i_s$  con il verso di percorrenza dell’anello orario:

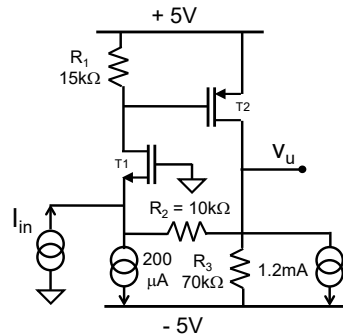


$$G_{loop} = \frac{i'_s}{i_s} = -\frac{R_3}{R_3 + \beta_2 / g_{m2}} \cdot \beta_2 \cdot \frac{R_4}{R_4 + 1 / g_{m1}} = -87 .$$

Tale valore del guadagno d’anello rende il comportamento reale di questo circuito molto simile al comportamento ideale descritto nell’esercizio E10.2. Trascurare infatti 1 rispetto a 87 nelle  $(10.1) \div (10.4)$  comporta degli errori solo di poco superiori all’ 1% (considera che le resistenze in un circuito sono precise al più al 1% !). Il guadagno del circuito è quindi pari a circa 9.7 invece di  $G_{id}=9.8$ , differenza insignificante, che nulla cambia alla comprensione del suo funzionamento.



**E11.3** Calcolare il guadagno di anello del circuito accanto ( $V_T=0.5V$ ,  $k=200\mu AV^2$ ), già analizzato in E 10.3.

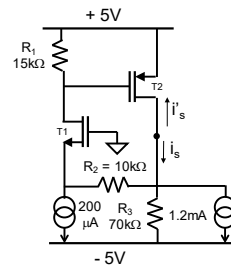


La polarizzazione del circuito fornisce  $g_{m1}=400\mu A/V$  ( $1/g_{m1}=2500\Omega$ ) e  $g_{m2}=1mA/V$ .

Girando lungo l'anello in senso orario (si noti che in senso antiorario non sarebbe possibile scorrere) partendo ad esempio dal Drain di T2 si trova :

$$G_{loop} = -\frac{R3}{R3 + R2 + 1/g_{m1}} \cdot R1 \cdot g_{m2} \cong -12.7$$

L'effettiva transresistenza del circuito sarà quindi pari a  $9270\Omega$  invece degli ideali  $10k\Omega$ . Trascurare 1 rispetto a 12.7 nelle (10.1)÷(10.5) comporta degli errori di poco superiori al 7% ma non intacca il meccanismo effettivo di funzionamento della retroazione e quindi il circuito si comporterà in modo molto simile a quanto visto in E10.3.

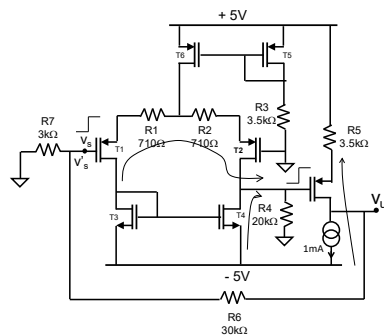


**E11.4** Calcolare il guadagno di anello del circuito dell'esercizio E 10.4, i cui transistori abbiano  $V_T=0.5V$ ,  $k=1/2\mu C_{ox}W/L=1mA/V^2$  e  $V_A=\infty$ .  
Che modifiche apporteresti al circuito per aumentarne il valore ?

Girando lungo l'anello in senso orario partendo ad esempio dal Gate di T2 con un segnale di tensione, si trova :

$$G_{loop} = -\frac{1}{\frac{1/g_{m1} + R1 + R2 + 1/g_{m2}}{R7} \cdot 2 \cdot R4 \cdot \frac{1}{1/g_{m7} + R5}}$$

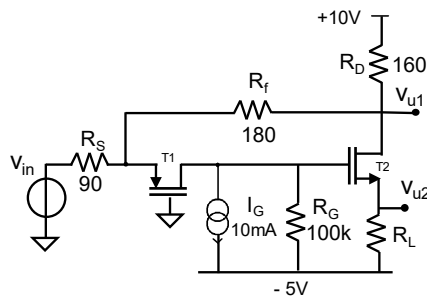
Con i valori di polarizzazione  $g_{m1}=g_{m2}=1.4mA/V$  ( $1/g_{m1}=707\Omega$ ) e



$g_{m7}=2\text{mA/V}$  ( $1/g_{m7}=500\Omega$ ) si ottiene  $G_{\text{loop}}=-10.6$ .

Si noti come basterebbe scegliere  $R_4$  più grande per aumentare corrispondentemente  $G_{\text{loop}}$ . Quanto varrebbe  $G_{\text{loop}}$  se togliessimo  $R_4$  ?

**E11.5** Calcolare il guadagno di anello del circuito seguente ( $V_T=0.5V$ ,  $k=60\text{mA/V}^2$ ), ripreso dall'esercizio E 10.6. Che modifiche apportereesti al circuito per aumentarne il valore ?



Tra i tanti punti in cui iniziare il percorso lungo l'anello (da percorrersi in senso antiorario), uno interessante è il Gate del MOSFET T2 a cui pensare di applicare un segnale sonda di tensione  $v_s$ . Infatti in questo caso alla fine del giro si ottiene direttamente il segnale di tensione ai capi di  $R_G$ , da confrontarsi con  $v_s$ . Il verso antiorario di percorrenza dell'anello assicura il passaggio del segnale attraverso i transistori, procedendo ordinatamente dai loro ingressi ( $v_{gs}$ ) alle loro uscite ( $i_d$ ).

Si ottiene così:

$$G_{\text{loop}} = - \frac{R_G}{R_L + \frac{1}{g_{m2}}} \cdot \frac{R_D}{R_D + R_f + R_S \parallel \frac{1}{g_{m1}}} \cdot \frac{R_S}{R_S + \frac{1}{g_{m1}}} = -170$$

Con un valore di  $G_{\text{loop}}$  così grande rispetto all'unità, le considerazioni fatte nell'esercizio E10.6 rimangono ben valide ed il comportamento reale differisce dall'ideale per meno dello 0.5%.

Notare che se si togliesse  $R_G$  il circuito diventerebbe ideale, con  $G_{\text{loop}}=-\infty$  !

Notare anche che se alla resistenza  $R_L$  si sostituisse un generatore di corrente ( $R_L \equiv \infty$ ), come proposto nell'esercizio E10.7, il  $G_{\text{loop}} \rightarrow 0$  ed il circuito cesserebbe di essere reazionato !

**E11.6** Calcolare il guadagno di anello del circuito dell'esercizio E 10.8, in cui i transistori hanno  $V_T=1V$  e  $k=1.25mA/V^2$  e ricalcolare il guadagno del circuito tra ingresso ed uscita.

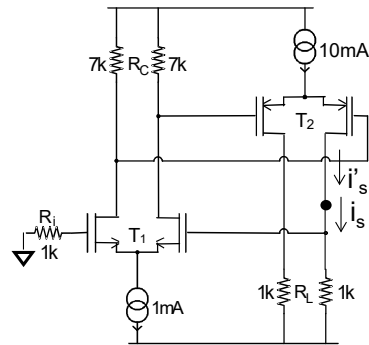
Si può partire dal Drain del transistore collegato all'uscita immaginando un segnale di corrente di sonda,  $i_s$ , come indicato nella figura seguente.

Si ottiene così:

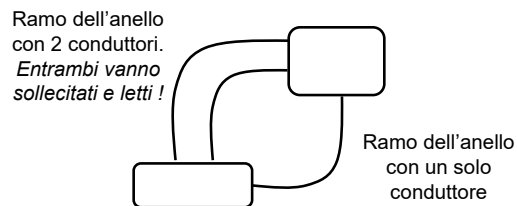
$$G_{loop} = \frac{i'_s}{i_s} = -R_L \cdot \frac{g_{m1}}{2} \cdot R_C \cdot g_{m2} = -19.8$$

Per cui, invece del guadagno unitario, si ha:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{19.8}} = 0.95$$



Si noti come l'anello di reazione, nel tratto compreso tra i due stadi differenziali, sia costituito da due conduttori e non più da uno solo. Sono i due conduttori che collegano i Gate della coppia  $T_2$  alle resistenze di Drain di  $T_1$ , che assicurano il prelievo del segnale differenziale dal primo stadio e l'amplificazione differenziale del secondo.



Se si volesse fare il calcolo di  $G_{loop}$  partendo da lì bisognerebbe sollecitare entrambi i collegamenti applicando tra i due Gate di  $T_2$  un segnale differenziale e valutare il segnale differenziale alla fine del giro. Verificare che, anche in questo caso, si ottenga il valore di  $G_{loop}$  già trovato precedentemente.

### 11.3 TRASFERIMENTO REALE ed UNIDIREZIONALITA' DEI BLOCCHI

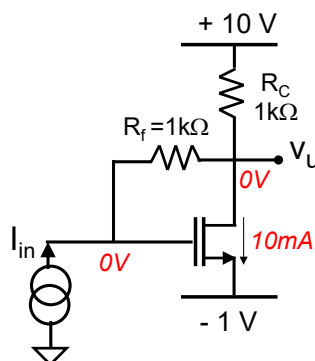
Nelle discussioni fatte fino ad ora abbiamo sempre ipotizzato che il ramo di andata  $A(s)$  ed il ramo di retroazione  $F(s)$  di un circuito retroazionato fossero entrambi unidirezionali, cioè percorribili entrambi solo dal loro ingresso alla loro uscita. Si basa infatti su questo assunto il bilancio (10.1) e tutte le relazioni da esso figliate nel §10.2, ed in particolare l'espressione del trasferimento reale :

$$G(s) = \frac{s_u}{s_{in}} = \frac{A(s)}{1-A(s)F(s)} \quad \Longleftrightarrow \quad G(s) = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1-G_{loop}(s)} \quad (11.1)$$

L'espressione di destra è esemplare in quanto mette in evidenza come sia possibile valutare il *trasferimento reale* di un circuito dalla sola conoscenza del guadagno d'anello  $G_{loop}$  del circuito reale e dal trasferimento ideale  $G_{id}$  entrambi, come visto, calcolabili con sicurezza e precisione. Viceversa l'espressione a sinistra richiederebbe il calcolo della funzione di trasferimento del blocco d'andata  $A(s)$  e del guadagno d'anello  $G_{loop}(s)$ , e non è semplice in un circuito reale isolare e determinarne  $A(s)$ .

Si pensi per esempio al “semplicissimo” circuito della Fig.11.2. Benché sia naturale individuare nella resistenza  $R_f$  un elemento della reazione e nel transistor un elemento del blocco di andata, tuttavia rimane il dubbio se sia corretto valutare  $A(s)$  semplicemente togliendo  $R_f$  dal circuito oppure mettere  $R_f$  in parallelo a  $R_C$  o metterlo tra Gate e massa. In generale è difficile estrarre  $A(s)$  da un circuito già retroazionato a meno di trattare circuiti realizzati con OpAmp.

Per questo motivo l'espressione a destra della (11.1) è molto più utile, potente ed efficace dell'espressione a sinistra.



**Fig. 11.2** Circuito reazionato a transresistenza utilizzando un MOSFET con  $V_T=0.5V$ ,  $k=10mA/V^2$ .

### 11.3.1 Il guadagno diretto

Per quanto riguarda l'**unidirezionalità dei blocchi di un circuito** lo stadio di andata  $A(s)$  è molto ben assimilabile ad uno stadio unidirezionale, sia che si usino OpAmp sia che si usino transistori, nei quali il segnale scorre solo dal comando  $v_{gs}$  all'uscita  $i_d$  e non viceversa (questa considerazione verrebbe falsata dalla presenza di  $r_0$  ma con effetti pratici minimi). Viceversa l'esperienza fatta fino ad ora ci ha fatto notare come il ramo di retroazione  $F(s)$ , nella pratica costituito da resistenze e condensatori, sia intrinsecamente bidirezionale.

Vediamo nell'esempio della Fig.11.2 come la bidirezionalità di  $F(s)$  alteri il guadagno e vada a modificare l'espressione (11.1) e come questa modifica sia generalizzabile a tutti i circuiti. Richiamiamo il trasferimento ideale ed il guadagno d'anello del circuito :

$$G_{id} = -R_f \qquad G_{loop} = -g_m \cdot R_C$$

In base alla (11.1) il trasferimento reale dell'amplificatore reazionato dovrebbe essere:

$$T = \frac{v_u}{i_{in}} = -R_f \cdot \frac{g_m \cdot R_C}{1 + g_m \cdot R_C} \qquad (11.2)$$

Poiché il circuito della Fig.11.2 è particolarmente semplice, è possibile verificare il risultato ottenuto impostando e risolvendo le equazioni di bilancio ai nodi, senza fare alcuna semplificazione od assunzione:

$$\begin{cases} i_{in} = \frac{v_{in} - v_u}{R_f} \\ \frac{v_{in} - v_u}{R_f} = \frac{v_u}{R_C} + v_{in} \cdot g_m \end{cases}$$

Risolvendo si ottiene:

$$T = \frac{v_u}{i_{in}} = -R_f \cdot \frac{g_m \cdot R_C}{1 + g_m \cdot R_C} + \frac{R_C}{1 + g_m \cdot R_C} \qquad (11.3)$$

Il risultato differisce dall'espressione attesa. In particolare il trasferimento valutato in base alla relazione (11.2) è solo il primo dei due addendi della (11.3).

Il motivo di questa discrepanza è proprio da ricercarsi nel fatto che **il trasferimento di  $F(s)$  non è unidirezionale**. Infatti in questo circuito il segnale può arrivare all'uscita anche direttamente attraverso  $F(s)$ : il segnale  $i_{in}$  può direttamente determinare una variazione del potenziale d'uscita passando direttamente attraverso il ramo di retroazione dall'ingresso all'uscita. Si pensi

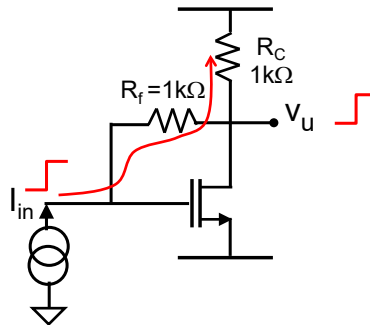


Fig. 11.3 Trasferimento diretto del circuito della Fig. 11.2.

infatti di *non fare intervenire* la reazione, ottenendo la variazione positiva del nodo d'uscita :

$$v'_u = i_{in} \cdot R_C$$

Chiameremo questo trasferimento “*trasferimento diretto*” del segnale dall’ingresso all’uscita. Il numeratore del secondo addendo della (11.3) è proprio l'espressione di questo trasferimento diretto; il denominatore è il solito fattore  $(1-G_{loop})$ .

In base a queste considerazioni, la (11.3) può essere interpretata dicendo che *il trasferimento reale* del circuito della Fig.11.2 è *la somma del trasferimento atteso se i blocchi del circuito fossero perfettamente unidirezionali e del trasferimento diretto che si avrebbe attraverso il solo ramo di reazione diviso per il fattore  $(1-G_{loop})$* :

$$G(s) = G_{id}(s) \frac{-G_{loop}(s)}{1-G_{loop}(s)} + \frac{G_{diretto}(s)}{1-G_{loop}(s)}. \quad (11.4)$$

Questa conclusione è generalizzabile all'analisi dei circuiti reazionati di qualunque complessità<sup>i</sup> ed offre un modo semplice e circuitalmente intuitivo per correggere il risultato ottenibile in base all'applicazione della (11.1).

<sup>i</sup> La relazione (11.4) ha come unica ipotesi che l'anello possa essere percorso in un solo verso e non anche in verso opposto. Questa ipotesi è effettivamente soddisfatta nella quasi totalità dei circuiti elettronici a componenti attivi dove lo stadio di andata è effettivamente unidirezionale.

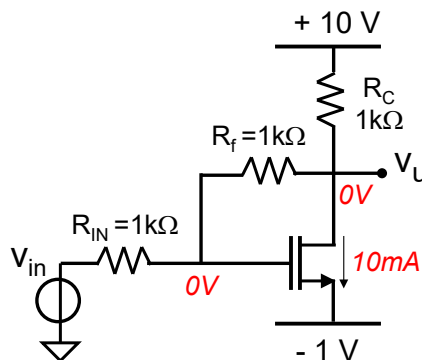
In definitiva, per valutare il trasferimento reale di un circuito reazionato si opera in questo modo:

- (a) si ricava il **trasferimento ideale** del circuito supponendo il  $G_{loop}$  infinito;
- (b) si calcola il  $G_{loop}$  del circuito;
- (c) in base alla (11.1) si valuta il primo addendo del trasferimento reale;
- (d) si valuta il *trasferimento diretto* disattivando lo stadio di andata;
- (e) si divide il trasferimento diretto per il fattore  $(1-G_{loop})$ ;
- (f) si sommano algebricamente i contributi ricavati ai punti (c) e (e) in modo da ottenere la (11.4).

Nella maggior parte dei circuiti il trasferimento diretto è molto piccolo ed il guadagno di anello è sufficientemente grande da far sì che il trasferimento reale non necessiti della correzione aggiuntiva del secondo addendo dovuta al trasferimento diretto.

E 11.7

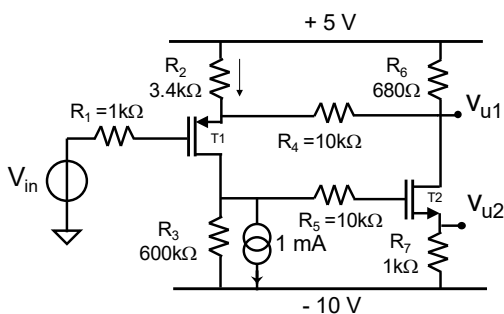
- a- Calcolare il trasferimento tra ingresso ed uscita del seguente circuito facendo il bilancio ai nod. Si usi un MOSFET con  $V_T=0.5V$ ,  $k=10mA/V^2$ .
- b- Verificare che il risultato sia lo stesso applicando la relazione (11.4).



E 11.7

Riconsiderare il seguente circuito, già visto in E10.1 ed E11.1.

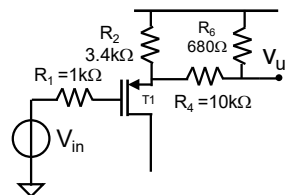
- Valutarne il trasferimento ideale ad entrambe le uscite;
- Calcolarne il trasferimento reale ad entrambe le uscite nell'ipotesi di unidirezionalità dei blocchi;
- Calcolare il trasferimento reale ad entrambe le uscite valutando anche il contributo del guadagno diretto.



- Come calcolato in E10.1, si ottiene  $G_{id1}=3.94$  e  $G_{id2}=-6.1$ .
- Nell'ipotesi che il segnale possa percorrere l'anello unicamente nel suo verso naturale (antiorario in questo caso) e ottenendo dal calcolo  $G_{loop}=-26$  (E11.1), si ottengono i due guadagni reali del circuito come :

$$G_{r1} = 3.94 \frac{26}{27} = 3.79 \qquad G_{r2} = -6.1 \frac{26}{27} = -5.9$$

- Nella realtà si vede come l'uscita  $V_{u1}$  possa effettivamente muoversi istantaneamente quando il circuito ha un gradino di ingresso, per un trasferimento diretto del segnale in direzione opposta al richiamo della retroazione, della quantità :



$$G_{diretto} = \frac{V_{u1}}{V_{in}} = \frac{R_2 \parallel (R_4 + R_6)}{1/g_{m1} + R_2 \parallel (R_4 + R_6)} \cdot \frac{R_6}{R_4 + R_6} = 0.053$$

Pertanto il guadagno reale verrebbe più correttamente calcolato come suggerito dalla (11.4) :

$$G_{r1} = 3.79 + \frac{0.053}{27} \cong 3.79$$

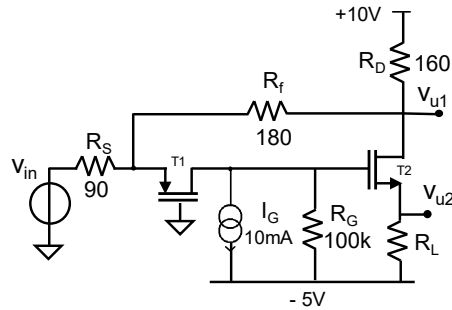
In questo caso la correzione non ha modificato in alcun modo il valore del risultato finale.

Non si ha invece guadagno diretto verso l'uscita  $V_{u2}$  e pertanto il guadagno reale verso di essa rimane invariato a  $G_{r2}=-5.9$ .



**E 11.8**

Si valutino i trasferimenti reali del circuito seguente, già analizzato nell'E11.5, mettendo in evidenza il contributo dovuto alla bidirezionalità del ramo di reazione in ognuno dei due trasferimenti possibili a)  $v_{u1}/v_{in}$  e b)  $v_{u2}/v_{in}$ .



a) L'amplificazione ideale  $v_{u1}/v_{in}$ , valutata nell'esercizio E10.6, pari a -2 viene alterata sia dal guadagno di anello finito ( $G_{loop}=-170$ , vedi E11.5) sia dal guadagno diretto. Per quest'ultimo dobbiamo chiederci se si riesce a spostare l'uscita con un segnale che viaggia lungo il ramo di retroazione direttamente dall'uscita senza passare attraverso lo stadio di andata  $A(s)$ . Nel nostro circuito il segnale d'ingresso determina direttamente un'aumento del potenziale del Drain di  $T_2$  pari a:

$$v'_u = v_{in} \cdot \frac{R_D}{R_s + (R_f + R_D) \parallel 1/g_{m1}} \cdot \frac{1/g_{m1}}{(R_D + R_f + 1/g_{m1})}$$

da cui  $G_{dir}=v_{u1}/v_{in}=+0.09$ .

Pertanto il guadagno reale del circuito è:

$$G_{reale} = -2 \cdot \frac{170}{171} + \frac{0.09}{171} = -1.99$$

Come si vede il guadagno diretto è sostanzialmente trascurabile.

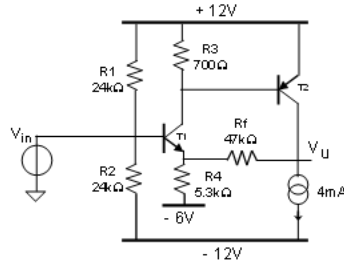
b) L'amplificazione ideale  $v_{u2}/v_{in}$  (E10.6), è pari a  $G_{id}=4.7$ . È facile verificare che poiché l'uscita del circuito è sul Source di  $T_2$  (e la resistenza  $r_0$  del transistor è infinita), un segnale d'ingresso non può propagarsi direttamente in uscita attraverso il cammino di reazione, cioè dal Drain di  $T_2$  al suo Source.

Se anche si considerasse un valore finito per  $r_0$  di  $T_2$ , il contributo aggiuntivo dovuto al trasferimento diretto sarebbe molto piccolo a causa del valore basso di  $1/g_{m2}$ , del guadagno d'anello alto e delle partizione di tensione tra  $r_0$  e  $R_L$ .

Quindi il guadagno reale è sostanzialmente pari a

$$G_{reale} = 4.7 \cdot \frac{170}{171} = -4.65$$

**E 11.9** Valutare la presenza o meno di un trasferimento diretto nel circuito seguente (visto in E 11.2) e discuterne le conseguenze



Il trasferimento ideale è pari a  $G_{id}=(1+R_f/R_4)=9.9$ . Il guadagno d'anello è  $G_{loop}=-87$  (E 11.2). Il trasferimento diretto è costituito dal comportamento a follower di T1 che trasferisce  $v_{in}$  al suo Emettore. Poiché  $R_f$  non sarà percorsa da variazioni di corrente, il trasferimento diretto verso l'uscita è pari a:

$$G_{dir} = \frac{v'_u}{v_{in}} = \frac{(\beta + 1) \cdot R_4}{\beta/g_m + (\beta + 1) \cdot R_4} = 0.99 .$$

Esso va a sommarsi in segno con lo spostamento ideale del punto in uscita. Si ottiene pertanto:

$$G(s) = \frac{9.9}{1 + \frac{1}{87}} + \frac{0.99}{1 + 87} = 9.8$$

In questo caso il contributo del trasferimento diretto è pari ad appena 0.01 ed è quindi assolutamente trascurabile.

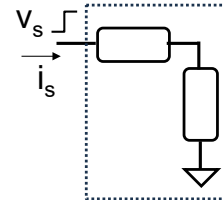
**E 11.10** Valutare il trasferimento diretto del circuito dell'esercizio E 11.6.

Il trasferimento diretto è nullo, per cui:

$$G(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{19.8}} = 0.95 .$$

## 11.4 CALCOLO DELLE IMPEDENZE DI INGRESSO E DI USCITA

L'impedenza mostrata da un punto di un circuito verso massa (ad esempio all'ingresso o all'uscita di un amplificatore) viene valutata, come ben sappiamo, applicando tra il nodo e massa un segnale di sonda di tensione ( $v_s$ ) e misurandone l'assorbimento di corrente ( $i_s$ ) oppure applicando un segnale sonda di corrente ( $i_s$ ) e misurandone la corrispondente variazione di tensione  $v_s$ . Il rapporto  $v_s/i_s$  fornisce l'impedenza cercata. Questo vale anche per un circuito retroazionato.



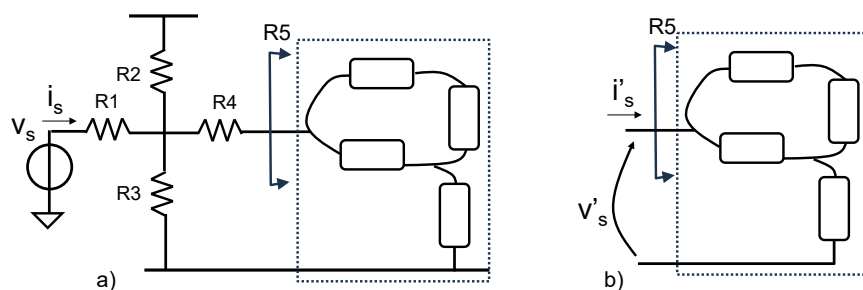
La particolarità dei circuiti retroazionati è però che **la reazione modifica le impedenze di ingresso e di uscita del circuito rispetto ai valori dei semplici componenti circuitali li presenti collegati verso massa.**

L'entità della modifica vedremo che sarà pari al fattore  $(1-G_{loop})$ , cioè proprio al termine che definisce la “forza” della retroazione.

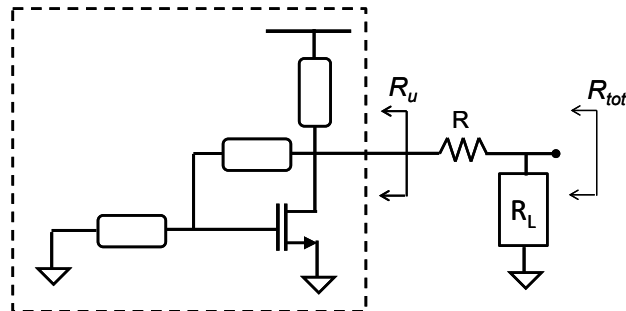
### 11.4.1 Avvicinamento all'anello di retroazione

Prima di procedere, si rifletta sulle situazioni riportate nelle Fig.11.4 e Fig.11.5. E' naturale notare che le resistenze  $R_1, R_2, R_3, R_4$  in Fig.11.4 non potranno mai essere modificate nel loro valore dalla retroazione che segue. Quest'ultima influenzerà solo  $R_5$ .

Pertanto quando si deve valutare l'impedenza in un punto di un circuito complesso bisogna innanzitutto identificare la parte retroazionata e calcolarne separatamente



**Fig. 11.4** a) Circuito in cui la parte reazionata nel riquadro tratteggiato avrà resistenza  $R_5$ . La resistenza totale vista dal generatore forzante sarà  $R_1 + [R_2 // R_3 // (R_4 + R_5)]$ ; b) calcolo dell'impedenza  $R_5$  del blocco reazionato, avendone isolato l'anello di reazione.



**Fig. 11.5** Esempio di resistenza  $R$  posta in serie all'uscita di un circuito reazionato prima del carico. La resistenza d'uscita sarà  $R_{tot}=R_L||(R+R_u)$  con solo  $R_u$  che viene alterata dalla retroazione.

l'impedenza e poi montarla con le altre resistenze. In pratica si sfronda il circuito dalle resistenze che non toccano l'anello di retroazione fino a giungere a lambire l'anello, isolando quella parte di circuito.

La Fig.11.5 mostra un caso analogo in cui si cerchi di misurare l'impedenza di uscita di un circuito avente una resistenza  $R$  in serie all'anello.

#### 11.4.2 Procedimento di calcolo dell'impedenza

Vediamo con un semplice esempio la sequenza dei ragionamenti che dobbiamo applicare ad un circuito per ricavare l'espressione precisa dell'impedenza vista in un suo punto verso massa quando è presente un anello di retroazione.

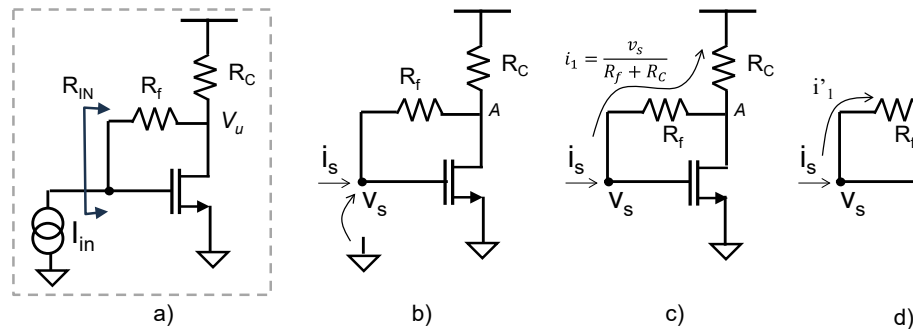
Si consideri l'amplificatore a transresistenza della Fig.11.6a. Esso avrà i seguenti trasferimenti ideale, d'anello e reale:

$$T_{id} = -R_f \quad G_{loop} = -g_m R_c \quad T_{reale} = -R_f \frac{g_m R_c}{1+g_m R_c} + R_c \frac{1}{1+g_m R_c}$$

Si voglia ora calcolarne l'impedenza d'ingresso. Applichiamo un segnale forzante al nodo di ingresso e valutiamone la risposta. Per generalità lasciamo indicati nella Fig.11.6b i termini  $i_s$  ed  $v_s$  senza necessariamente precisare quale sia la forzante e quale il prodotto del calcolo.

Se immaginassi la retroazione NON attiva (per cui NON si manifesta il ritorno di segnale per effetto della retroazione, cioè il ritorno di corrente prodotta dal MOSFET attraverso  $R_f$  fino al punto di ingresso) la corrente assorbita dal circuito sarebbe come in Fig.11.6c:

$$i_1 = \frac{v_s}{R_f + R_c}$$



**Fig.11.6** (a) Amplificatore di cui si voglia calcolare l'impedenza di ingresso : (b) schema di calcolo, (c) contributo di corrente nel caso di reazione disattivata e (d) di reazione attiva.

L'impedenza vista in questa situazione, che indicheremo con  $R_{in|NOretr}$  e che chiameremo “resistenza di ingresso del circuito senza che si manifesti la retroazione”, varrà :

$$R_{in|NOretr} = \frac{v_s}{i_s} = R_f + R_C$$

Essa è semplicemente, e sempre, data dai componenti fisici afferenti al nodo in esame verso massa.

Se ora teniamo conto della reazione, il segnale  $v_s$  attiva il MOSFET che produce una corrente al suo Drain che percorre l'anello e va ad aggiungersi a quella iniettata prima al nodo di ingresso. Con riferimento alla Fig.11.6d notiamo che la nuova corrente  $i'_1$  prelevata ora dal nodo di ingresso è maggiore della corrente  $i_1$  calcolata prima a pari spostamento  $v_s$ . **Questo ci porta a prevedere che l'impedenza di ingresso del circuito venga diminuita dalla retroazione rispetto alle semplici resistenze fisiche lì presenti.**

Per calcolare precisamente tale valore calcoliamo il contributo  $i'_1$  in funzione di  $v_s$  facendo il bilancio al nodo A:

$$\begin{cases} \frac{v_s - v_A}{R_f} = g_m v_s + \frac{v_A}{R_C} \\ i'_1 = \frac{v_s - v_A}{R_f} \end{cases}$$

ottenendo il legame tra la corrente di sonda  $i_s = i'_1$  e la corrispondente tensione al nodo di ingresso  $v_s$ :

$$i_s = i'_1 = v_s \frac{1 + g_m R_C}{R_C + R_f}$$

da cui ricavare la resistenza di ingresso del circuito:

$$R_{in} = \frac{v_s}{i_s} = (R_f + R_C) \frac{1}{1 + g_m R_C}$$

L'espressione ci fa riconoscere facilmente i vari termini che la compongono: il primo fattore è  $R_{in|NOretr}$  ed il denominatore è l'espressione esplicita di  $(1 - G_{loop})$ . Quest'ultimo è il guadagno d'anello del circuito della Fig.11.6d, cioè del circuito nelle condizioni in cui si trova quando effettuiamo il calcolo dell'impedenza.

**Il risultato trovato è generalizzabile: tutte le volte in cui la retroazione tende ad assorbire più corrente di quanta inizialmente richiesta a pari tensione, l'impedenza mostrata da quel punto verso massa sarà più piccola dell'impedenza dei semplici componenti lì presenti verso massa proprio del fattore  $(1 - G_{loop})$  secondo l'espressione seguente :**

$$R_{in} = R_{in|NOretr} \cdot \frac{1}{1 - G_{loop}} \quad (11.5)$$

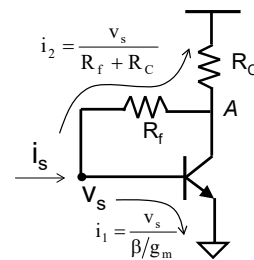
L'impedenza vista in quel punto è così ridotta ed al limite, per  $G_{loop} \rightarrow \infty$ , diventa nulla, come avevamo già commentato in alcuni esercizi del Capitolo precedente.

Nella pratica quindi, dopo avere capito l'effetto della retroazione, si fa direttamente uso della (11.5) senza fare i calcoli di bilancio ai nodi.

### 11.4.3 Esempio di calcolo in un circuito a BJT

Proviamo a fare per esercizio il calcolo dell'impedenza d'ingresso dell'amplificatore a transimpedenza a BJT rappresentato qui di fianco. Le correnti richieste all'ingresso senza che la retroazione manifesti il suo effetto (cioè il ritorno di corrente prodotta dal BJT attraverso  $R_f$  fino al punto di ingresso) sarebbero date da :

$$i_1 = \frac{v_s}{\beta/g_m} \quad i_2 = \frac{v_s}{R_f + R_C}$$

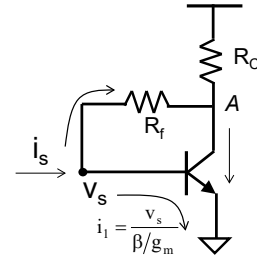


L'impedenza vista in questa situazione, che indicheremo con  $R_{in|NOretr}$  e che chiameremo “resistenza di ingresso del circuito prima che si manifesti la retroazione”, varrà :

$$R_{in|NOretr} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{v_s}{i_1 + i_2} = \beta/g_m \parallel (R_C + R_f) = \frac{(R_C + R_f) \cdot \beta/g_m}{R_C + R_f + \beta/g_m}$$

Essa è semplicemente pari al parallelo dei componenti fisici afferenti al nodo di ingresso.

Quando pensiamo di attivare la retroazione, la componente  $i_1$  attiva il BJT che a sua volta produce una corrente che percorre l'anello fino a modificare i valori di corrente al nodo di ingresso. Notiamo anche qui che la nuova corrente  $i'_2$  prelevata ora dal nodo di ingresso è maggiore della corrente  $i_2$  calcolata prima, a pari tensione  $v_s$  presente. Questo ci porta a prevedere che l'impedenza di ingresso di questo circuito venga diminuita dalla retroazione.



Per calcolarne precisamente il valore,  $R_{in}$ , calcoliamo il contributo  $i'_2$  in funzione di  $v_s$  ad esempio facendo il bilancio al nodo A:

$$\begin{cases} \frac{v_s - v_A}{R_f} - \frac{v_A}{R_C} = g_m v_s \\ i'_2 = \frac{v_s - v_A}{R_f} \end{cases}$$

ottenendo il valore:

$$i'_2 = v_s \frac{1 + g_m R_C}{R_C + R_f}$$

Nel caso quindi di circuito retroazionato, il legame tra la corrente di sonda  $i_s$  e la corrispondente tensione al nodo di ingresso  $v_s$  è:

$$i_s = i_1 + i'_2 = \frac{v_s}{\beta/g_m} + v_s \frac{1 + g_m R_C}{R_C + R_f} = v_s \cdot \frac{R_C + R_f + \beta/g_m + \beta R_C}{\beta/g_m (R_C + R_f)}$$

da cui ricavare la resistenza di ingresso:

$$R_{in} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{(R_C + R_f) \cdot \beta/g_m}{R_C + R_f + \beta/g_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}} = 30 \Omega .$$

Nell'espressione riconosciamo il fattore  $R_{in}|_{No retr}$  e l'espressione esplicita di  $(1 - G_{loop})$ , dove

$$G_{loop} = - \frac{R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m} \cdot \beta .$$

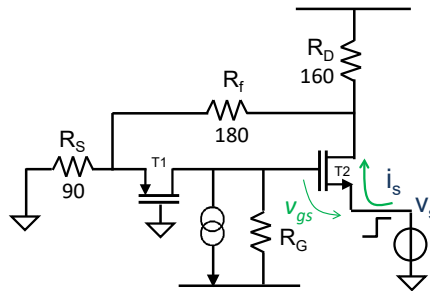
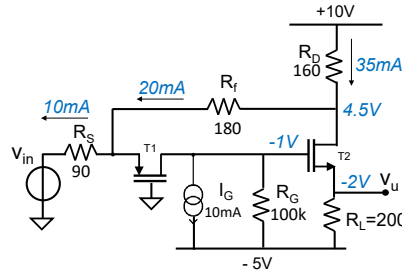
è il guadagno d'anello del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo dell'impedenza in esame. Pertanto vediamo che anche qui vale la relazione (11.5) che avremmo potuto applicare fin dall'inizio senza svolgere il calcolo del bilancio. La resistenza di ingresso di questo circuito reazionato, infatti, avevamo capito dovesse diminuire rispetto all'assenza di retroazione. Il fattore di diminuzione è precisamente pari al fattore  $(1 - G_{loop})$ .

### 11.4.4 Ulteriore esempio di calcolo dell'impedenza

Calcoliamo ora ad esempio la resistenza di uscita del circuito accanto di cui qui sono riportati i valori di polarizzazione ( $V_T=0.5V$ ,  $k=60mA/V^2$ ,  $V_a=infinita$ ).

Vediamo innanzitutto che la resistenza  $R_L$  verrà sempre vista dall'uscita e non potrà mai essere alterata nel suo valore dalla retroazione. Essa quindi sarà vista in parallelo all'impedenza vista dal Source di T2.

Concentriamoci quindi a calcolare quest'ultima :



Per il calcolo dell'impedenza, consideriamo un segnale  $v_s$  di sonda e la corrispondente corrente  $i_s$  assorbita dal circuito. Quando la reazione ancora non si è attivata, cioè quando la corrente  $i_s$  prodotta spostando il Source di T2 non ha ancora percorso tutto l'anello di reazione (e quindi il Gate di T2 è fermo), la corrente  $i_s$  che fluisce in T2 è semplicemente :

$$i_s = g_m v_s$$

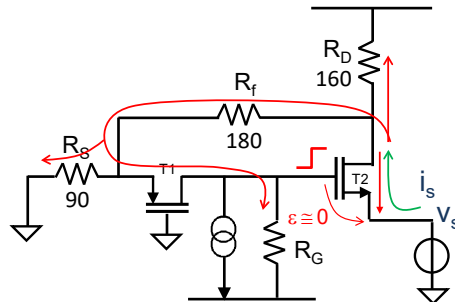
Da questa otteniamo la resistenza di uscita dello stadio quando la retroazione non è attiva, pari a :

$$R_{u|Noretr} = \frac{v_s}{i_s} = \frac{1}{g_m} = 17 \text{ Ohm}$$

Essa coincide con la resistenza mostrata dai componenti fisici collegati direttamente all'uscita prima che si manifesti l'effetto della reazione. Notate che nell'espressione non compaiono i componenti collegati al Drain di T2 perché la resistenza sul segnale,  $r_o$ , è stata supposta infinita.

Se ora consideriamo l'effetto della retroazione, parte della corrente  $i_s$  continua in  $R_f$ , in T1 ed in  $R_G$ , spostando in su il Gate di T2, come visibile nello schema seguente :





La reazione quindi si oppone alla variazione della tensione di comando  $v_{gs}$  di  $T_2$  spostando il Gate nella stessa direzione di  $v_s$ . Contemporaneamente la reazione tende a produrre una corrente nel canale di  $T_2$  verso il basso che contrasta l'iniziale corrente verso l'alto, diminuendone il valore, a pari  $v_s$  applicata. Ci aspettiamo quindi che **la retroazione faccia aumentare la resistenza d'uscita del circuito rispetto a quella mostrata dai soli componenti fisici presenti in quel punto.**

Se facessimo il dettagliato bilancio al nodo di uscita, come fatto due paragrafi fa, troveremmo che l'aumento dell'impedenza è proprio del fattore  $(1-G_{loop})$  secondo la relazione:

$$R_u = R_u|_{NOretr} \cdot (1 - G_{loop}) \quad (11.6)$$

Se la retroazione fosse perfetta ( $G_{loop}$  infinita) le variazioni iniziali verrebbero perfettamente contrastate ( $v_{gs}=0$  e  $i_s=0$ ), implicando una impedenza infinita.

Il risultato espresso dalla (11.6) è generalizzabile. Tutte le volte che ci troviamo ad analizzare un punto di un circuito retroazionato in cui la retroazione tende ad assorbire meno corrente di quanta inizialmente richiesta a pari tensione, l'impedenza mostrata da quel punto verso massa aumenterà del fattore  $(1-G_{loop})$ .

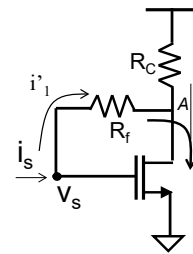
#### 11.4.5 Ricalcolo del $G_{loop}$

Il circuito elettronico su cui si fa l'analisi dell'impedenza può differire in piccola parte dal circuito iniziale in cui si era calcolato il trasferimento tra ingresso ed uscita, come lo schema Fig.11.4 lascia intendere. Pertanto quando si applicano le espressioni (11.5) o (11.6) per il calcolo dell'impedenza bisogna usare il **guadagno di anello** del circuito nella configurazione in cui ci si sta trovando in quel momento. Pertanto può capitare il caso di dover ricalcolare  $G_{loop}$  perché il circuito è un po' diverso da quello iniziale.

Questa considerazione ci dà anche l'elemento per capire nella pratica quale tra i due segnali,  $i_s$  o  $v_s$ , considerare come segnale forzante, fino ad ora pensati perfettamente intercambiabili: il segnale forzante dovrà essere tale da non bloccare la retroazione durante il calcolo dell'impedenza; tale cioè da non rendere  $G_{loop}=0$ .

**Quando si misura una impedenza bisogna scegliere come segnale di sonda quello che non preclude alla retroazione di esplicitarsi.**

Nell'esempio del testo relativo al circuito della Fig.11.6 l'adozione di un generatore sonda  $v_s$  di tensione bloccherebbe la reazione perché impedirebbe al nodo da Gate del transistor di riaggiustarsi come vorrebbe la retroazione. Di questo me ne accorgerei proprio al momento del calcolo di  $G_{loop}$ , (quando spengo  $v_s$  e metto a massa quel punto) fornendo  $G_{loop}=0$ . In questo caso quindi bisogna immaginare un generatore sonda di corrente,  $i_s$ , e leggere la tensione  $v_s$  che liberamente si manifesta nello stesso punto. In questo esempio il circuito per il calcolo del trasferimento tra ingresso ed uscita ed il circuito per il calcolo dell'impedenze di ingresso sono lo stesso e quindi anche il  $G_{loop}$  sarà lo stesso.



Nell'esempio del §11.4.4 invece, affinché la reazione sia libera di agire, è necessario immaginare un generatore di sonda di tensione,  $v_s$ , e misurare  $i_s$ . Un generatore di corrente, infatti, imporrebbe una corrente fissa nel canale del MOSFET (e quindi in un ramo dell'anello) forzando il guadagno di anello ad essere zero.

È interessante notare come in questo caso non è il potenziale del nodo d'uscita ad essere stabilizzato, ma la corrente che fluisce in un lato dell'anello di reazione. Se ne deduce che, per mettere in evidenza l'effetto della reazione, non è possibile utilizzare un generatore sonda di corrente. Questo forzerebbe una corrente nel Drain del MOSFET e quindi in un ramo dell'anello, non consentendo alla reazione di opporvisi.

In questo caso con il Source di T2 a massa, il guadagno dell'anello differisce da quello per il calcolo del guadagno tra ingresso ed uscita del circuito e diventa pari a :

$$G_{loop} = -g_{m2} \frac{R_D}{R_D + R_f + R_S} \parallel \frac{1}{g_{m1}} \cdot \frac{R_S}{R_S + \frac{1}{g_{m1}}} \cdot R_G = -2160$$

Ne consegue che l'impedenza di uscita dello stadio è pari a :

$$R_u = R_u|_{NOretr} \cdot (1 - G_{loop}) = 36 \text{ k}\Omega$$

Provate a calcolare con la tecnica del bilancio ai nodi ed alle maglie il valore della resistenza di uscita  $R_u$  del circuito e troverete esattamente questo valore, ma con un po' più fatica !

Lo stadio quindi è un ottimo generatore di corrente con una elevata impedenza di uscita. L'impedenza di uscita complessiva del circuito è invece :

$$Z_u = R_u \parallel R_L = 199 \text{ Ohm}$$

Le considerazioni fin qui svolte possono essere così sintetizzate:

(a) - In un circuito reazionato, l'effetto della reazione è quello di aumentare o diminuire, in ragione del fattore  $(1-G_{loop})$ , la resistenza che si vedrebbe tra il punto in esame e massa rispetto alla resistenza fisica lì mostrata dal circuito. Il guadagno d'anello  $G_{loop}$  che interviene nell'espressione è il guadagno d'anello proprio del circuito impiegato per il calcolo dell'impedenza in esame, in cui si sia disattivato il generatore di sonda.

(b) - Per poter scrivere l'impedenza nella forma notevole delle (11.5) o (11.6), il segnale forzante di sonda non deve impedire alla reazione di agire. Pertanto non si potrà scegliere indifferentemente un generatore sonda di tensione o di corrente ma si dovrà utilizzare quel generatore che non blocca l'anello di reazione, consentendo di ottenere un guadagno d'anello non nullo quando lo si sta sollecitando.

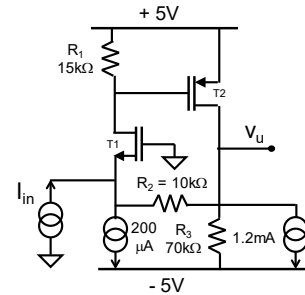
Nella pratica, per il calcolo dell'impedenza di un nodo verso massa può essere utile operare nel modo seguente:

- 1) avvicinarsi a lambire l'anello di retroazione ed isolare quella parte di circuito. La sua impedenza verrà poi composta con le altre resistenze presenti;
- 2) - capire, attraverso l'analisi qualitativa del funzionamento del circuito, se la reazione tende ad aumentare o a diminuire l'impedenza in quel punto;
- 3) - valutare l'impedenza  $R|_{NOretr}$  che si otterrebbe se la reazione non fosse attiva;
- 4) - calcolare il guadagno d'anello della sola frazione isolata del circuito retroazionato in esame;
- 5) - moltiplicare o dividere l'impedenza in assenza della reazione per  $(1-G_{loop})$ , a seconda del risultato dell'analisi di cui al punto (2);
- 6) eventualmente comporre l'impedenza della frazione di circuito così trovata con le altre resistenze di accesso presenti come accennato in 1)

**E 11.11**

Considerare il circuito accanto, già analizzato per quanto riguarda il trasferimento ingresso-uscita nel E11.3.

- Calcolare la resistenza di ingresso;
- Calcolare la resistenza di uscita.



a) Se iniettassi della corrente nel nodo di ingresso, questa si ripartirebbe in parte in T1 ed in parte in (R2+R3) verso massa (nulla andrebbe in T2 essendoci il Drain). Pertanto è intuitivo dire che la resistenza vista dal morsetto di ingresso nel caso in cui la retroazione non sia attiva, sia proprio :

$$R_{in|Noretr} = \frac{1}{g_{m1}} \parallel (R_2 + R_3) \cong 2425\Omega$$

Se ora seguissimo la corrente che è salita in T1 vedremmo che essa attiva una corrente in su in T2. Questa richiama ulteriore corrente da R2, la quale è inevitabilmente fornita dal generatore di corrente di prova all'ingresso.

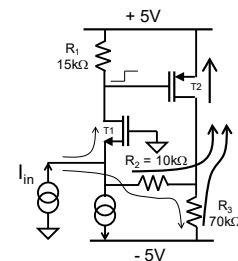
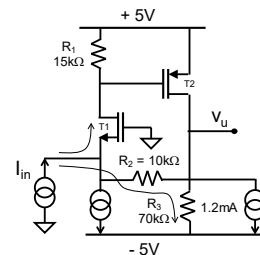
Pertanto, con un guadagno d'anello elevato, la corrente richiamata in R2 sarà potenzialmente elevata e quindi tenderà ad assorbire attraverso quel percorso la gran parte della corrente  $I_{in}$  disponibile all'ingresso. Questa è la corrente attivata dalla retroazione che va a modificare la situazione iniziale senza la retroazione !

Poiché  $I_{in}$  è fissato, in T1 quindi risulterà scorrere una frazione molto più piccola di prima di  $I_{in}$  e pertanto lo spostamento in tensione del Source di T1 (riferito a massa) sarà molto più piccolo di quanto calcolato prima senza il contributo della retroazione.

Se ne conclude che l'impedenza del circuito è ribassata: pur avendo dato una definita corrente  $I_{in}$  all'ingresso, la variazione in tensione dello stesso punto risulta molto piccola. L'entità della diminuzione dell'impedenza ci è data dalla (11.5) ed è pertanto pari a :

$$R_{in} = \frac{2425\Omega}{1 + 12.7} = 177\Omega$$

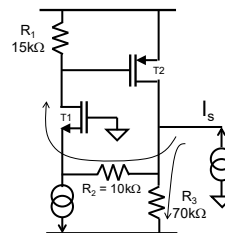
Il circuito lavora quindi a diminuire l'impedenza di ingresso, cioè ad assorbire nel ramo di R2 la corrente di ingresso senza significativamente muovere il potenziale dell'ingresso stesso. Questa è una situazione favorevole quando si voglia raccogliere bene la corrente di un circuito a monte !



b) Possiamo fare un discorso analogo guardando il circuito dal morsetto di uscita. La corrente  $I_s$  iniettata scorre in  $R_3$  ed in  $(R_2+1/g_{m1})$ . Pertanto :

$$R_{u|_{NOretr}} = R_3 \parallel \left( R_2 + \frac{1}{g_{m1}} \right) \cong 10600\Omega$$

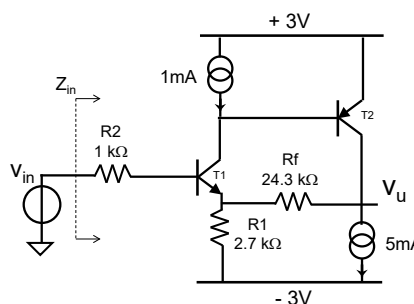
Conseguentemente, senza che venga attivata la retroazione, il morsetto di uscita si sposterebbe in su in tensione di una certa quantità.



Se seguissimo la frazione di corrente che scorre nell'anello in  $R_2$  ed entra in  $T_1$ , vedremmo che essa aumenterebbe il potenziale del Gate di  $T_2$  ed attiverebbe corrente in su al suo Drain. Questa corrente viene prelevata dal generatore  $I_s$ , che pertanto avrà meno corrente da fornire ad  $R_3 \parallel (R_2+1/g_{m1})$  rispetto a prima. Come conseguenza il potenziale di  $V_u$  si sposterà rispetto a massa di meno di prima. Si noti che la frazione di  $I_s$  che scorre in  $R_3 \parallel (R_2+1/g_{m1})$  definisce la tensione  $v_s$  perché  $R_3 \parallel (R_2+1/g_{m1})$  sono riferite a massa mentre la frazione richiamata da  $T_2$  NON fissa  $v_s$ . La variazione effettiva dipende dall'entità di  $G_{loop}$  secondo la (11.5) fornendo una impedenza di uscita pari a

$$R_{out} = \frac{10600\Omega}{1 + 12.7} = 774\Omega$$

**E 11.12** Calcolare la resistenza di ingresso del circuito seguente ( $\beta=200$ ), in cui rispetto al circuito del testo è cambiata la rete resistiva di ingresso ma è rimasto invariato l'anello di reazione.

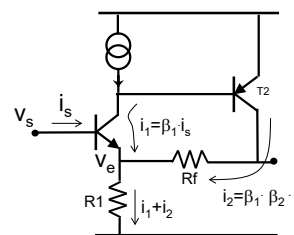


$R_2$  non potrà che essere vista dal generatore  $v_{in}$  in serie con il resto del circuito. Non c'è alcun motivo per cui  $R_2$  venga in qualche modo modificata dalla retroazione! Pertanto

$$Z_{in} = R_2 + R_{in}$$

dove con  $R_{in}$  indichiamo la resistenza di ingresso del circuito retroazionato come mostrato dalla Base di  $T_1$ . Per calcolare quest'ultima mi metto effettivamente sulla Base di  $T_1$  ed applico il segnale sonda.

Questo è esattamente il calcolo fatto nell'esercizio precedente! Notare che il guadagno di anello del circuito nelle condizioni in cui si



trova per il calcolo della resistenza  $R_{in}$  è in questo esempio un po' diverso dal guadagno di anello che userei per l'analisi del guadagno del circuito, in quanto non vi compare  $R_2$ .

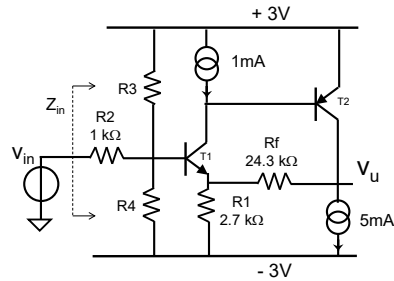
La resistenza complessiva di ingresso del circuito,  $Z_{in}$ , è quindi :

$$Z_{in} = 1k\Omega + (5k\Omega + 200 \cdot 2,7k\Omega) \cdot (1 + 199) =$$

Riflettete sul circuito accanto. La resistenza di ingresso del circuito sarà data da  $R_2$  in serie con il parallelo tra  $R_3$  ed  $R_4$  e la resistenza vista dalla Base di  $T_1$  verso massa :

$$Z_{in} = R_2 + R_3 || R_4 || R_{in}$$

Dato che in generale  $R_{in}$  è molto più grande delle due resistenze di polarizzazione  $R_3$  ed  $R_4$ , sono queste a determinare il valore finale della resistenza d'ingresso del circuito. In circuiti di questo tipo, per sfruttare appieno la resistenza di ingresso elevata del circuito reazionato, bisogna scegliere valori elevati di  $R_3$  ed  $R_4$ , o toglierle !



**E 11.13** Calcolare la resistenza di uscita del circuito dell'esercizio E 10.5

Lasciando indicati i termini  $i_s$  ed  $v_s$  senza necessariamente precisare ancora quale sia la forzante e quale il prodotto del calcolo, si può vedere che se NON si considerasse il ritorno di segnale per effetto della retroazione (cioè il ritorno di corrente prodotta dal BJT al Collettore) le correnti assorbite nel punto di analisi sarebbero come in Fig.11.7a

$$i_1 = \frac{v_s}{R_C} \qquad i_2 = \frac{v_s}{R_f + \beta/g_m}$$

L'impedenza vista in questa situazione, che indicheremo con  $R_{out}^0$  e che chiameremo “resistenza di uscita del circuito prima che si manifesti la retroazione”, varrà quindi

$$R_{out}^0 = \frac{v_s}{i_s} = \frac{v_s}{i_1 + i_2} = R_C \parallel (R_f + \beta/g_m) = \frac{(R_f + \beta/g_m) \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}$$

Ora, come effettivamente avviene nella realtà, consideriamo che la componente  $i_2$  attivi il BJT che a sua volta produce una corrente  $i_3$  al nodo di ingresso. Con riferimento alla Fig.11.7b notiamo che la nuova corrente  $i_3$

$$i_3 = i_2 \cdot \beta$$

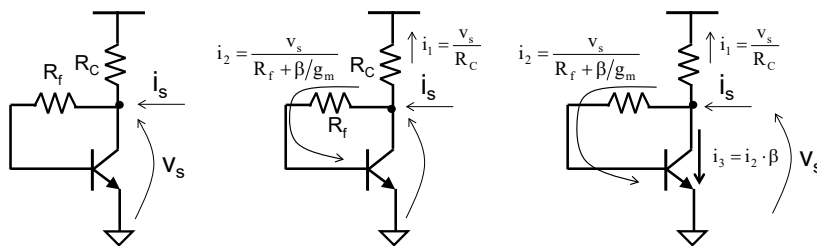
prelevata ora dal nodo di uscita si somma alle altre, a pari tensione  $v_s$  presente. Questo ci porta a concludere che l'impedenza di uscita di questo circuito venga diminuita dalla retroazione.

Per calcolare precisamente il valore effettivo di questa impedenza,  $R_{out}$ , calcoliamo il legame tra la corrente di sonda  $i_s$  e la corrispondente tensione al nodo di uscita  $v_s$  è:

$$\begin{aligned} i_s &= \frac{v_s}{R_C} + v_s \frac{1}{\beta/g_m + R_f} + v_s \frac{\beta}{\beta/g_m + R_f} \\ &= v_s \cdot \frac{R_C + R_f + \beta/g_m + \beta R_C}{R_C \cdot (\beta/g_m + R_f)} \end{aligned}$$

da cui ricavare la resistenza di uscita:

$$R_u = \frac{v_s}{i_s} = \frac{(R_f + \beta/g_m) \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot R_C}{R_C + R_f + \beta/g_m}} = 35 \Omega .$$



**Fig. 11.7** Schema per il calcolo della resistenza di uscita del circuito, nel caso di retroazione disattivata (a) e di retroazione attiva (b).

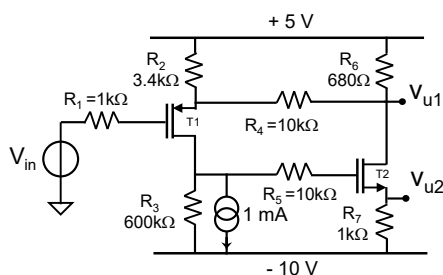
È facile riconoscere nel denominatore l'espressione esplicita di  $(1-G_{loop})$ , dove  $G_{loop}$  è il guadagno d'anello del circuito nelle condizioni in cui si trova per il calcolo dell'impedenza in esame. Il primo fattore è invece la resistenza  $R_{out}^0$ . Pertanto anche in questo caso

$$R_{out} = R_{out}^0 \cdot \frac{1}{1 - G_{loop}}$$

Questo risultato è in accordo con l'analisi qualitativa del funzionamento del circuito, in cui, come si è detto, la reazione tende ad opporsi alla variazione del potenziale del nodo di uscita richiamando attraverso il BJT la maggior parte del segnale  $i_s$ . La impedenza di uscita è così ridotta ed al limite, per  $G_{loop} \rightarrow \infty$ , diventa nulla.

Questa analisi consente di determinare anche il tipo di generatore forzante che non blocca l'effetto della reazione. Giacché la reazione si oppone alla variazione del potenziale del nodo di uscita, non bisogna bloccarlo con un generatore di tensione ma lasciarlo libero di evolvere usando un generatore di sonda di corrente.

**E 11.14** Calcolare le due resistenze di uscita con cui il circuito accanto ( $V_T=0.6V$  e  $k=1mA/V^2$ ), già visto in E11.1, si presenta agli stadi successivi.

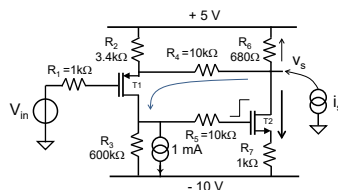


**Resistenza di uscita in  $V_{u1}$**  - Per il calcolo è opportuno scegliere un generatore di corrente di sonda affinché non si opponga all'effetto di stabilizzazione del potenziale del nodo d'uscita.

E' immediato rendersi conto che la resistenza d'uscita in assenza della reazione (ovvero in assenza del segnale di corrente che è richiamato dal Drain di T2 dopo avere percorso l'anello) sia pari a:

$$R_u^0 = R_6 || (R_4 + R_2 || \frac{1}{g_{m1}}) \cong 640\Omega .$$

La corrente richiamata dal Drain di T2, potenzialmente grandissima qualora il circuito avesse  $G_{loop}$  grande, sarà al massimo la  $i_s$  di sonda, lasciando così pochissima corrente disponibile per scorrere in R6 e conseguentemente produrrà un piccolissimo





spostamento in tensione del nodo  $v_s$ . Poiché stiamo dando sempre la stessa corrente  $i_s$  di prima ma ora il punto si sposta di una  $v_s$  più piccola, ne deduco che l'impedenza del circuito retroazionato sia diminuita dalla retroazione rispetto al valore iniziale. La resistenza d'uscita totale sarà:

$$R_u = \frac{R_u^0}{(1 - G_{loop})} = 24\Omega$$

Per ridurre ulteriormente la resistenza d'uscita bisognerebbe aumentare il guadagno di anello del circuito, ad esempio togliendo R3, nel qual caso  $G_{loop}$  diventerebbe addirittura infinito. Nella realtà la  $r_0$  dei transistori porrà un limite finito al guadagno dell'anello.

**Resistenza di uscita in  $V_{u2}$**  – La resistenza R7 verrà inevitabilmente sempre vista da questa uscita. Il suo valore andrà in parallelo alla resistenza mostrata dal Source di T2, che potrà essere variata dalla retroazione. Per il calcolo di quest'ultima, tolgo R7 ed è opportuno scegliere un generatore di tensione di sonda affinché non venga bloccata la corrente di reazione in T2. Si ottiene :

$$R_u^0 = \frac{1}{g_{m2}} \cong 220\Omega$$

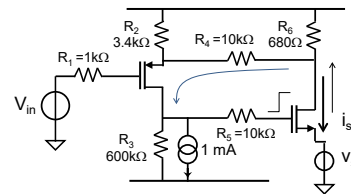
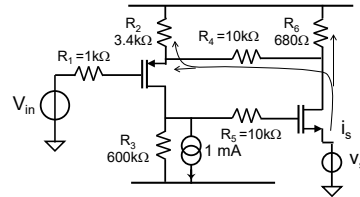
Valuto l'effetto della retroazione applicando un gradino  $v_s$  positivo. La corrente che gira lungo l'anello tende a fare alzare il Gate di T2, producendo come reazione una corrente verso il basso nel Source di T2 che contrasta l'iniziale corrente verso l'alto. Concludo

quindi dicendo che a fronte dello stesso segnale  $v_s$  applicato, la retroazione fa diminuire la corrente  $i_s$  effettivamente assorbita da T2, come se l'impedenza li vista fosse diventata maggiore. Così effettivamente è ed il suo valore è dato da :

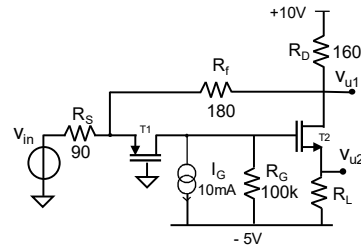
$$R_u = R_u^0 \cdot (1 - G'_{loop}) = 35k\Omega$$

dove il valore di  $G'_{loop}$  è quello dell'anello nella condizione di misura, cioè senza R7 e con il Source di T2 che va a massa, pertanto un po' diverso da quello calcolato in E11.1. Il suo valore è  $G'_{loop} = -160$ . Il circuito retroazionato si comporta quindi da buon generatore di corrente verso la resistenza R7.

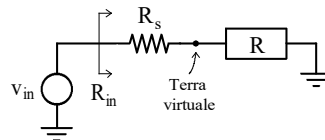
L'impedenza finale è quindi il parallelo tra  $R7=1k\Omega$  ed  $R_u = 35k\Omega$ .



**E 11.15** Calcolare la resistenza di ingresso vista dal generatore di segnale del circuito accanto che usa MOSFET con  $V_T=0.5V$  e  $k=60mA/V^2$ .



La resistenza di ingresso sarà data dalla somma di  $R_S$  con la resistenza tra il nodo di terra virtuale e massa:



Calcoliamo quindi quest'ultima, indipendentemente da  $R_S$ , applicando un generatore di sonda di corrente  $i_s$  alla terra virtuale per non bloccare l'effetto della reazione e leggendone la variazione di tensione  $v_s$ :

In assenza di reazione, la resistenza tra il nodo di ingresso e massa sarebbe:

$$R_{in}^0 = (R_f + R_D) \parallel \frac{1}{g_{m1}} \cong 19\Omega .$$

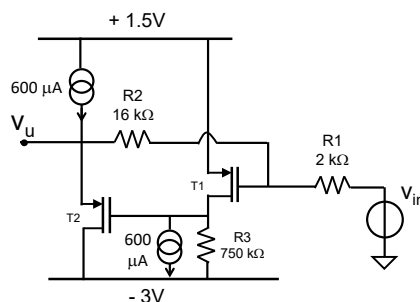
Analizzando il segnale di reazione, questa resistenza viene ulteriormente diminuita dalla reazione. Il guadagno dell'anello del circuito sotto esame è diverso da quello del trasferimento tra ingresso ed uscita del testo perché non c'è  $R_S$  ed il generatore di sonda è di corrente, e vale  $G_{loop}=-205$ .

La resistenza vista dalla terra virtuale è quindi  $R_{in}=92m\Omega$  e la resistenza di ingresso del circuito è  $R_{in}=90\Omega+92m\Omega$ .

**E 11.16**

Considerare il circuito accanto, in cui il MOSFET ha  $V_T=0.5V$ ,  $k=1/2\mu\text{Cox}W/L=600\mu\text{A}/V^2$  e  $V_a=\infty$ .

- Polarizzare il circuito e ricavare il valore stazionario della tensione di uscita  $V_u$
- Calcolare il valore del guadagno del circuito nel caso di  $G_{loop}=\infty$
- Calcolare l'effettivo valore di  $G_{loop}$  del circuito e riaggiornare il guadagno reale del circuito
- Calcolare quanta corrente deve fornire il generatore di tensione  $v_{in}$  quando sta applicando un segnale ampio  $v_{in}=100mV$
- Calcolare di quanto varierebbe il guadagno del circuito se si collegasse all'uscita un carico di  $16\Omega$ , accoppiato in AC per non modificare la polarizzazione.
- Calcolare la massima ampiezza di una sinusoide di tensione applicabile all'ingresso
- Calcolare la densità spettrale di rumore in uscita dovuta ad  $R3$ .



a)  $V_u=0V$ . Per trovare questo risultato notare che in  $R3$  potrà passare solo una corrente piccolissima e quindi in  $T1$  scorreranno circa  $600\mu\text{A}$ . Si può verificare che non c'è necessità di iterare una seconda volta l'analisi.  
 $1/g_{m1}=1/g_{m2}=833\Omega$ .

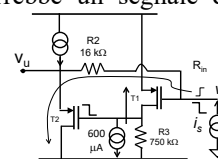
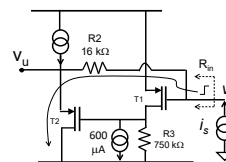
b)  $G_{id}=-8$

c)  $G_{loop}=-96$ . Pertanto  $G = -8 \frac{96}{97} + \frac{833}{18833} \frac{1}{97} = -7.9$

d) La corrente dipende dall'impedenza vista dal generatore di tensione. Essa è  $Z_{in}=2k\Omega+16833/(1+900)=2k\Omega+18\Omega$ . Infatti è facile verificare che i) la resistenza  $R1=2k\Omega$  verrà inevitabilmente sempre vista dal generatore per il suo valore e che ii) l'impedenza che segue,  $R_{in}$ , sarà piccola perché la retroazione tende ad abbassarla rispetto a ciò che mostra in assenza di retroazione (per questo deve essere divisa per  $G_{loop}$ ).

Per convincerci di quest'ultimo aspetto si consideri di volerla calcolare : applico una corrente di sonda  $i_s$  (se applicassi una tensione di sonda il Gate di  $T1$  verrebbe bloccato in tensione e distruggerei la possibilità del circuito di reagire al mio segnale, inibendo la retroazione -  $G_{loop}=0$ ). Essa vedrebbe  $R_{in|Noretr}=(R_2+1/g_{m2})$ .

Il conseguente innalzamento del Gate di  $T1$  produrrebbe un segnale di tensione negativo sul Gate di  $T2$  che si riporterebbe anche sul suo Source e quindi anche sul Gate di  $T1$ , contrastando l'iniziale suo innalzamento. Concludo



che l'impedenza mostrata dal punto di ingresso sia diminuita quando si considera la retroazione perché a fronte della stessa corrente  $i_s$  il punto di ingresso si sposta in tensione di pochissimo, sicuramente meno rispetto a quando la retroazione non sia attiva. La forza di questo meccanismo di retroazione è pari al  $G_{loop}$  del circuito di questa specifica analisi, che vale  $G_{loop} = -R_3 g_{m1} = -900$ .

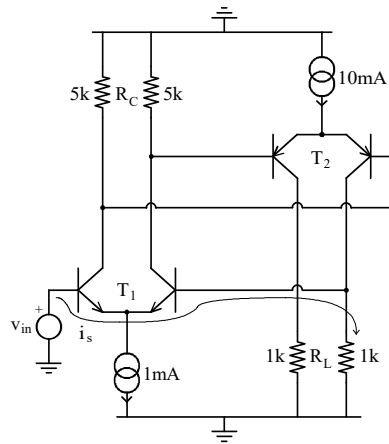
Concludiamo dicemndo che la corrente assorbita dal circuito a fronte di 100mV applicati è di 49.5μA.

- e) L'impedenza di uscita del circuito senza il carico è di 8.2Ω. Per cui quando gli attacco un carico di 16Ω il guadagno viene scalato della partizione di uscita e diventa circa  $G = -5.3$ . Allo stesso risultato giungerei se considerassi il carico parte del circuito e ricalcolassi il  $G_{loop}$  di questo “nuovo” circuito (ora  $G_{loop} = -1.9$ ) e quindi il  $G = -8 \cdot 1.9 / 2.9 = -5.3$ . La prima strada è più elegante perché mi permette di essere pronto a calcolare il trasferimento per qualsiasi carico volessi applicare, facendo solo una partizione resistiva !
- f) L'uscita può spostarsi in su di 1.5V (oltre cui il generatore di corrente in alto non funzionerebbe più) ed in giù di 1.5V (oltre cui il generatore di corrente in basso non funzionerebbe più). Pertanto  $v_{in|max} \cong 185\text{mV}$ .
- g)  $S_u \cong 1.1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

**E 11.18** *Calcolare le resistenze di ingresso e di uscita del circuito dell'esercizio E11.5 e confrontarle con quelle che si avrebbero in un circuito analogo in cui i MOSFET siano sostituiti da dei BJT ( $\beta=100$ ).*

#### *Resistenza di ingresso*

Benchè sia facile verificare che la reazione tende ad aumentare l'impedenza di ingresso del circuito, tuttavia non se ne hanno effetti pratici perchè essa è già elevatissima anche in assenza della reazione, grazie alla presenza del Gate del MOSFET. Più articolato è il discorso se si sostituiscono i MOSFET con dei BJT. In questo caso la resistenza di ingresso è data dalla somma di  $R_i$  con la resistenza vista tra il morsetto di Base di  $T_1$  e massa.



Quest'ultima, in assenza della reazione, è ottenuta seguendo il percorso del segnale di corrente erogato dal generatore di sonda di tensione verso i punti a potenziale fisso. Questo percorso è indicato nella figura. Si trova:

$$R_{in}^0 = 2\beta/g_{m1} + R_L = 11k\Omega .$$

L'attivazione della reazione fa aumentare la resistenza di ingresso. Infatti la corrente  $i_s$ , inizialmente iniettata da un segnale di sonda positivo, percorre tutto l'anello e si ripresenta sul morsetto di ingresso con il segno opposto. Questo indica che la reazione riduce la corrente che il generatore di tensione deve fornire, e che quindi la resistenza di ingresso è aumentata rispetto al valore che essa avrebbe in assenza dalla reazione.

Il guadagno dell'anello del circuito privato di  $R_i$  è pari a:

$$G_{loop} = -\frac{R_L}{R_L + 2\beta_1/g_{m1}} \cdot \beta_1 \cdot \frac{R_C}{R_C + \beta_2/g_{m2}} \cdot \beta_2 = -826 .$$

Quindi la resistenza vista tra la Base di  $T_1$  e massa è data da:

$$R_{in} = R_{in}^0 \cdot (1 - G_{loop}) = 9.1M\Omega .$$

La resistenza di ingresso complessiva del circuito è quindi:

$$R_{in}^T = R_i + R_{in} \cong 9.1M\Omega .$$

#### Resistenza di uscita

Per il calcolo della resistenza di uscita si deve sondare il morsetto di uscita, che è un nodo dell'anello. La reazione determinerà quindi una riduzione della resistenza d'uscita. Il generatore di sonda da utilizzare è un generatore di corrente. Nel caso di circuito a MOSFET, la resistenza vista verso massa in assenza di reazione è:

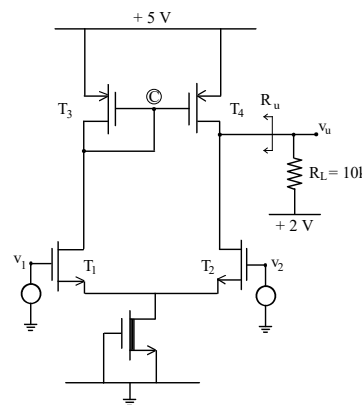
$$R_u^0 = R_L = 1k\Omega .$$

Il guadagno d'anello è identico a quello già calcolato nell'esercizio E11.9 e vale  $G_{loop} = -20$ . La resistenza dello stadio reazionato, che coincide con la resistenza di uscita del circuito, è:

$$R_u = \frac{R_u^0}{1 - G_{loop}} = \frac{1000}{1 + 20} \cong 50\Omega .$$

Nel caso di circuito a BJT, seguendo un procedimento analogo si trova  $R_u \cong 1\Omega$ .

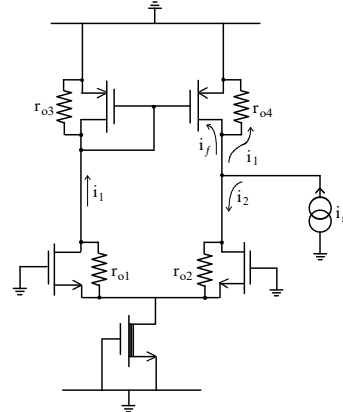
- E 11.19** Si consideri lo stadio differenziale accanto.
- a) Studiare come viene modificata la polarizzazione del circuito se si suppone che tutti i transistori abbiano una tensione di Early pari a  $V_A = 25V$ .
- b) Valutarne la resistenza d'uscita  $R_u$  considerando che la presenza dello specchio determina una reazione negativa.



(b) - La presenza dello specchio determina una reazione che fa diminuire la resistenza di uscita  $R_u$ . Infatti, si supponga di iniettare una corrente di sonda nel morsetto a monte di  $R_L$ . La corrente iniettata inizialmente si ripartisce tra  $r_{o4}$  e la frazione  $i_2$  che attraversa  $T_1$  e  $T_2$ . Quest'ultima componente giunge a  $T_3$  ed è specchiata da  $T_4$  e tende a far diminuire il potenziale del nodo d'uscita.

Per evitare che la reazione sia impedita, il generatore di sonda da adottare è quello di corrente.

La resistenza vista guardando dal morsetto d'uscita in assenza di reazione è pari al parallelo tra  $r_{o4}$  e la resistenza vista guardando verso  $T_2$ . Quest'ultima è circa pari a  $2r_{o2}$ . Infatti  $T_2$  è essenzialmente un transistore di cui si vuol valutare la resistenza di Collettore quando in serie al suo Source è collegata una resistenza pari a circa  $1/g_m$  dovuta in questo caso a  $T_1$ . Quindi:



$$R_u^0 = r_{04} \parallel 2r_{02} .$$

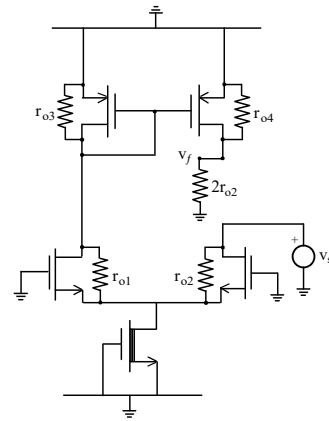
Per valutare il guadagno d'anello, si può operare come illustrato nella figura seguente, tagliando l'anello a monte di  $T_2$  e ricostruendo la resistenza a monte del taglio.

Applicato un segnale di tensione nel punto in cui si è operato il taglio, la corrente che fluisce in  $T_1$  e  $T_2$  è pari a circa  $v_s/2r_{02}$ . Questa corrente è specchiata da  $T_3$ ,  $T_4$  ed il segnale di tensione che si sviluppa a monte del taglio è pari a:

$$v_f = -v_s \cdot \frac{r_{04}}{2r_{02} + r_{04}} .$$

Quindi la resistenza di uscita, in presenza della reazione è pari a:

$$R_u = \frac{R_u^0}{1 + r_{04}/(2r_{02} + r_{04})} = r_{02} \parallel r_{04} .$$



### STABILIZZAZIONE DI TENSIONE O DI CORRENTE

Si noti come, nell'esempio della Fig.11.14, la reazione sia intervenuta a stabilizzare sia il potenziale del nodo di ingresso che il potenziale del nodo di uscita. Questa constatazione può essere così generalizzata: *in un circuito reazionato negativamente, la reazione agisce sempre per contenere le variazioni di potenziale di tutti i nodi dell'anello di reazione*. Quindi se un generatore di corrente esterno inietta un segnale di corrente in un nodo, la variazione di potenziale che esso determina è minore, in ragione del fattore  $(1-G_{loop})$ , della variazione di potenziale che lo stesso segnale produrrebbe in assenza della reazione.

Le conseguenze pratiche di questa conclusione sono che, per avere una bassa impedenza di ingresso/uscita, l'ingresso/uscita del circuito deve essere su un nodo dell'anello (esempio di Fig.11.13 o Fig.11.14).

Oltre ai potenziali dei nodi dell'anello, *la reazione negativa stabilizza anche le correnti che fluiscono nei lati della maglia costituente l'anello di reazione*. Quindi, se un generatore di tensione esterno cerca di variare la corrente in un lato dell'anello, il circuito reagisce riducendo la variazione prodotta in ragione del fattore  $(1-G_{loop})$ . Per esempio, è possibile leggere in quest'ottica l'effetto della reazione sulla resistenza di ingresso del circuito della Fig.11.7. Il generatore di tensione applicato al morsetto di Base tenta di far variare la corrente di Emittitore; il circuito reagisce facendo aumentare il potenziale dell'Emittitore e, quindi, opponendosi alla variazione della sua corrente e della corrente di Base. Poiché a fronte di un segnale di tensione, la presenza della reazione fa diminuire la corrente erogata dal generatore, la resistenza d'ingresso dello stadio aumenta ed è data dalla resistenza vista in assenza della reazione, moltiplicata per il solito fattore  $(1-G_{loop})$ .



### 11.5 GENERATORI DI CORRENTE RETROAZIONATI per massimizzarne l'impedenza di uscita

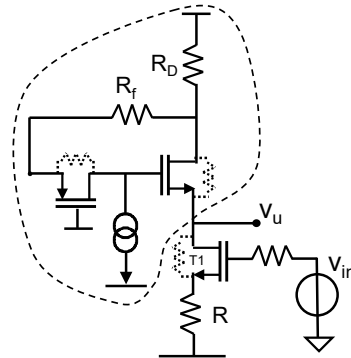
Sappiamo quanto sia importante per un generatore di corrente avere *impedenza di uscita elevata*. In particolare, quando un generatore di corrente è posto come carico attivo in un circuito, la sua impedenza determina il guadagno dello stadio. Se quest'ultimo è parte di un anello di retroazione, la sua impedenza condiziona il  $G_{loop}$  del circuito.

Nella Fig.11.7 a sinistra è mostrato un semplice generatore di corrente a MOSFET. Esso avrebbe impedenza di uscita infinita solo se il transistor fosse ideale ( $r_0 = \infty$ ). Un valore di  $r_0$  finito, come è nella realtà, abbassa l'impedenza esattamente a quel valore. Abbiamo visto nel Cap.2 come aggiungendo una resistenza  $R_S$  sul Source del transistor si aumenti l'impedenza mostrata al valore  $r_u = r_0(1 + g_m R_S) + R_S$  ben maggiore del semplice valore  $R_S$ , evidenziando come l'aggiunta di una  $R_S$  ancorchè piccola venga di fatto moltiplicata nella sua efficacia dalla presenza del transistor.

In base a quanto visto nei paragrafi precedenti possiamo pensare di *fare ancora meglio sfruttando le proprietà della retroazione*.

Infatti abbiamo visto come l'impedenza di un punto possa essere aumentata del fattore  $(1 - G_{loop})$  rispetto al valore fisico dei componenti lì presenti.

Si consideri ad esempio il circuito accanto. La nuvola individua il carico attivo del transistor T1, che vorremmo mostrasse un'impedenza la più alta possibile per avere il guadagno  $v_u/v_{in}$  più alto possibile (notate che comunque il massimo guadagno ottenibile dal circuito, con un carico infinito, è  $G_{max} = -g_m r_0$ !).



Nel caso di questo circuito il  $G_{loop}$  è effettivamente molto elevato (idealmente infinito) e quindi anche l'impedenza di uscita del carico lo sarà.

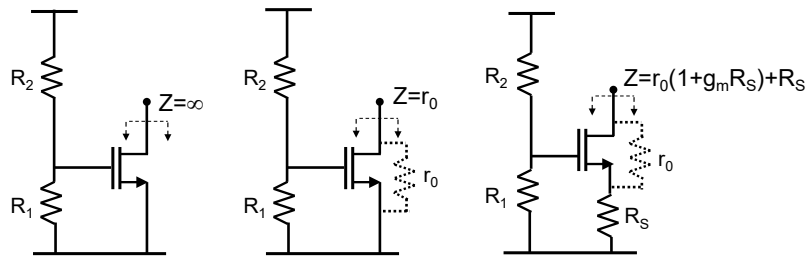
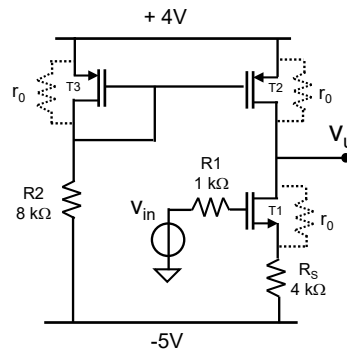
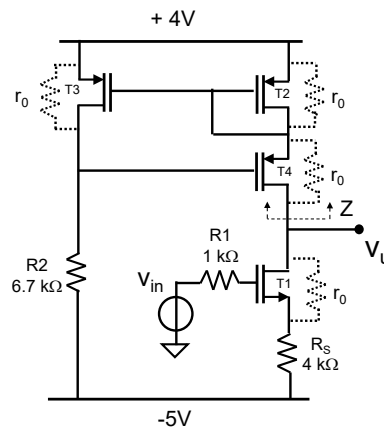


Fig. 11.7 Resistenza di uscita di un generatore di corrente.

- E 11.20** Considerare il seguente amplificatore che utilizza MODFET aventi  $V_T=0.5V$ ,  $k=4mA/V^2$  e  $V_A=20V$ .
- Calcolarne le correnti di polarizzazione e la tensione di uscita in assenza del segnale all'ingresso;
  - Calcolare la resistenza di uscita dello stadio amplificante dal Drain di T1 (ovvero da  $V_u$  verso il basso);
  - Stimare il guadagno di tensione  $G=v_u/v_{in}$ .



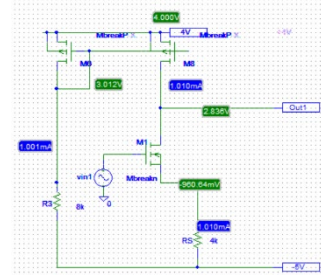
Modificare il circuito come il seguente con l'idea di aumentarne il guadagno aumentando l'impedenza mostrata dal carico rispetto al solo valore di  $r_0$  del circuito sopra. R2 è stata modificata in modo da fare scorrere la stessa corrente di prima (1mA) in tutti i transistori.



- Stimare l'impedenza  $Z$  mostrata dal carico, considerandolo un circuito retroazionato;
- Calcolare il nuovo guadagno di tensione del circuito e confrontarlo con il precedente.

**L'esercizio è molto difficile. Potete aiutarvi con SPICE**

- a) Lo specchio di corrente impone una corrente di circa 1mA e mi aspetto che l'uscita si porti a circa metà tensione tra +4V (alimentazione) e -1V (tensione di Source di T1) perché vincolata dal partitore tra le due  $r_o$ . Mi aspetto quindi circa  $r_{o1} \cong 20k\Omega$  e  $g_{m1} \cong 4mA/V$ . Dalla simulazione SPICE trovereste i seguenti valori precisi ( $g_{m1} = 4.4mA/V$ ,  $r_{o1} = 23.5k\Omega$ ,  $r_{o2} = 21k\Omega$ ), non molto differenti da quelli appena stimati:



- b) L'impedenza di uscita al Drain di T1 è pari a  $Z = r_{o1}(1 + g_{m1}R_s) + R_s$  e vale  $Z = 35k\Omega$  se calcolata con le nostre stime o  $Z = 44k\Omega$  se calcolata con i valori di SPICE. Essa viene vista circa in parallelo a  $r_{o2}$  di T2 nel calcolo del guadagno a dare una impedenza complessiva al nodo di guadagno

$$Z_u = Z \parallel r_{o2} \cong 14k\Omega.$$

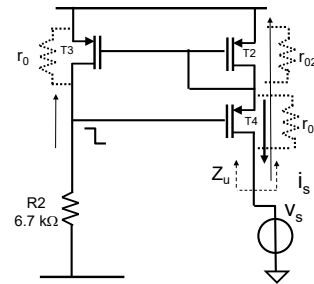
- c) Il guadagno del circuito è quindi stimabile in circa:

$$v_u \cong \frac{v_{in}}{1/g_{m1} + R_s} \cdot Z_u = -3.3$$

Dalla simulazione si troverebbe  $G = -4.7$ , valore che tiene conto dell'effettivo trasferimento nello stadio amplificante con  $r_{o1}$  e di un carico  $r_{o2}$  comunque elevato.

Proviamo ad aumentare il guadagno del circuito aumentando ulteriormente l'impedenza del carico, nell'idea di tendere al limite teorico di  $G = -g_{m1}r_{o1} \cong -100$  massimo raggiungibile, come proposto dal testo.

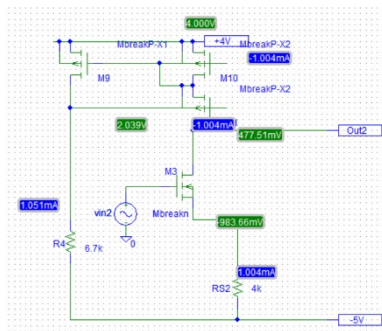
- d) Il circuito di cui calcolare l'impedenza di uscita è riportato accanto. Esso è un circuito retroazionato, che mostra una impedenza prima che la retroazione si manifesti circa pari a circa  $Z_u^0 \cong 2r_{o4} \cong 40k\Omega$ . Questa viene aumentata dalla presenza della retroazione (nella figura è riportata in grassetto la corrente attivata dalla retroazione che contrasta quella iniettata inizialmente: pertanto a pari tensione  $v_s$  devo iniettare complessivamente meno corrente), il cui guadagno di anello (girando in senso antiorario) è:



$$G_{loop} \cong - \frac{1}{\frac{1}{g_{m4}} + r_{o4} \parallel r_{o2}} \cdot \frac{r_{o4}}{r_{o4} + \frac{1}{g_{m2}} \parallel r_{o2}} \cong -14$$

Mi aspetto quindi una impedenza mostrata dal carico  $Z_u \cong 600k\Omega$ , effettivamente ben più elevata della semplice  $r_{o2}$  del primo circuito.

e) Dalla simulazione si trova che il guadagno ora è  $G=-52$ . Esso è effettivamente molto maggiore di prima a pari corrente portata da tutti i transistori, certificando che il carico adesso è molto maggiore di prima. Se facessimo un carico ideale avente  $Z_u=\infty$  potremmo solo raddoppiare tale valore di guadagno.



**E 11.21** Ricavare, utilizzando le proprietà dei sistemi reazionati, le espressioni delle resistenze di ingresso e di uscita dello specchio di Wilson, il cui funzionamento era stato visto nel Cap.2.

*Resistenza di ingresso*

Il circuito è reazionato negativamente ed è facile verificare che il nodo (A) di ingresso, sulla Base di  $T_3$ , è un nodo di terra virtuale.

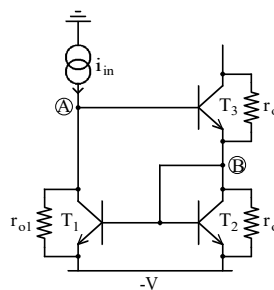
La resistenza vista verso massa guardando nel nodo (A) è circa pari a  $R_{in}^0 \cong 2\beta/g_{m23} \parallel r_{o1}$ .

Per valutare il guadagno d'anello si può pensare di partire dal collettore di  $T_1$  (in senso orario) con un segnale sonda di corrente,  $i_s$ .

La presenza delle resistenze finite,  $r_{o2}$  ed  $r_{o3}$  è trascurabile nella valutazione del guadagno d'anello, perché il segnale di corrente erogato da  $T_3$  ( $i_s/\beta$ ) fluisce quasi completamente nel diodi  $T_2$  che ha resistenza differenziale di appena  $1/g_m \ll r_{o2}$  ed  $r_{o3}$ . Inoltre se  $r_{o1} \gg 2\beta/g_m$ , anche la perdita di segnale nella partizione tra  $r_{o1}$  e  $2\beta/g_m$  è trascurabile e quindi il guadagno d'anello è pari a circa  $-\beta$ .

Quindi la resistenza di ingresso in presenza della reazione è effettivamente piccola e pari a circa :

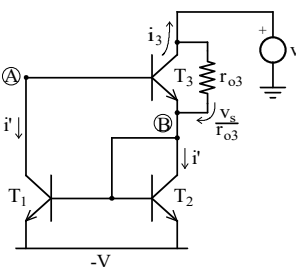
$$R_{in} \cong \frac{2\beta/g_{m23} \parallel r_{o1}}{1+\beta}$$



*Resistenza di uscita*

Ci aspettiamo che la resistenza di uscita del circuito sia pari alla resistenza vista dal Collettore di  $T_3$  in assenza di reazione, circa  $(r_{o3}+1/g_{m2})$  moltiplicata per il guadagno d'anello, circa  $-\beta$ .

Convinciamoci che questo sia il risultato facendo l'analisi nodale, avendo il dubbio che in questo



caso dal nodo d'uscita si afferisce all'anello attraverso due percorsi, il collettore di  $T_3$  ed  $r_{03}$ , ed il generatore sonda di tensione deve erogare sia la corrente che fluisce attraverso la resistenza  $r_{03}$  che la corrente richiesta da  $T_3$ .

Il nodo (B), sul Collettore di  $T_2$  è un nodo dell'anello di reazione e quindi le sue variazioni di potenziale saranno molto contenute. Inoltre, anche in assenza della reazione la resistenza vista tra il nodo (B) e massa è bassa, circa  $1/g_{m2}$ . Quindi le variazioni di potenziale del nodo (B) possono essere, in prima approssimazione, trascurate e la corrente che fluisce attraverso  $r_{03}$  è pari a circa  $i_r = v_s / r_{03}$ . Questa corrente, giunta al nodo (B) si ripartisce. Detta  $i'$  la frazione che fluisce nel transistor  $T_2$ , essa è anche la corrente richiamata da  $T_1$  e circa  $\beta i'$  è la corrente richiamata dall'Emettitore di  $T_3$ . Per rispettare il bilancio di correnti al nodo (B) deve essere  $i_r = i' + \beta i'$ , e la corrente di segnale effettivamente erogata dal generatore sonda deve essere la differenza tra  $i_r$  e  $\beta i'$ , cioè la sola  $i'$ . Pertanto  $Z_u = v_s / i'$  che fornisce una  $Z_u \cong r_{03}(\beta + 1)$ , in linea con quanto aspettato dall'analisi sintetica iniziale. Se il dettaglio del valore finale di resistenza fosse importante in fase di progetto, ci si affida al simulatore per tenere in conto tutte le frazioni di  $\beta$  degli specchi e tra Emittitore e Collettore.

## 11.6 IL SOURCE (EMITTER) FOLLOWER COME ESEMPIO DI CIRCUITO REAZIONATO MOLTO COMPATTO

Un esempio di circuito reazionato topologicamente interessante perché estremamente *compatto*, è il ben noto circuito Source (Emitter) follower. Con riferimento alla Fig.11.8, analizziamolo nella logica dei circuiti retroazionati. L'applicazione di un gradino positivo di tensione sul Gate del transistor determina un aumento della tensione  $v_{gs}$ . Questo aumento attiva un segnale di corrente,  $i = g_m v_{gs}$ , che scorre in  $R_S$  e provoca un aumento della tensione  $v_u$ . Il circuito quindi è reazionato negativamente perché reagisce all'iniziale aumento di  $v_{gs}$  con un segnale che tende a ridurne la variazione alzando a sua volta il Source. Al limite, se il guadagno d'anello fosse infinito, la variazione di potenziale del Source sarebbe identica al segnale applicato sul Gate e la variazione di  $v_{gs}$  sarebbe nulla. Pertanto il **guadagno ideale** del circuito ci risulterebbe :

$$G_{id} = +1$$

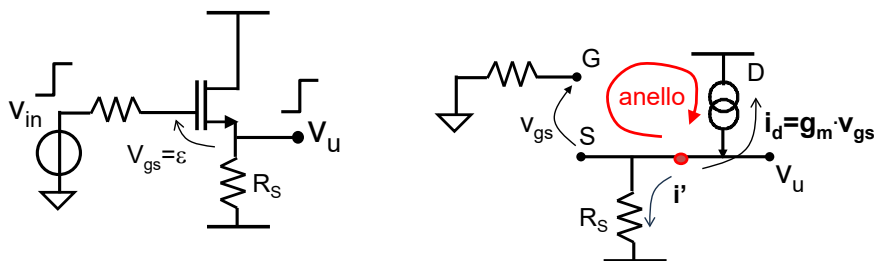
Calcoliamo allora il **guadagno dell'anello**,  $G_{loop}$ . Per identificare l'anello del circuito bisogna notare che un suo lato è costituito dal *collegamento* tra  $v_{gs}$  ed  $i_d$  nascosto nel generatore di corrente comandato. Il guadagno di anello del circuito è calcolabile *partendo in corrente ( $i'$ ) dal Source* a valle del generatore stesso, come mostrato nello schema per piccoli segnali. Si trova così:

$$i' \cdot R_S \cdot g_m = -i_d \quad \text{da cui} \quad G_{loop} = -g_m R_S$$

Il **guadagno reale** del circuito ha quindi l'espressione :

$$G = G_{id} \frac{-G_{loop}}{1 - G_{loop}} = 1 \frac{g_m R_S}{1 + g_m R_S} = \frac{R_S}{\frac{1}{g_m} + R_S}$$

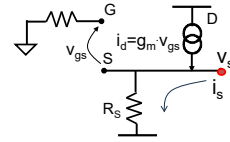
che coincide perfettamente con il risultato che ben conosciamo.



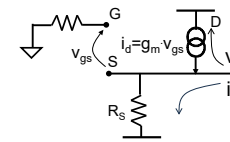
**Fig. 11.8** Circuito Source follower e suo schema per piccoli segnali per il calcolo di  $G_{loop}$ .

E' interessante calcolare anche la **resistenza di uscita** secondo i dettami della retroazione.

La resistenza prima che si attivi la retroazione è l'unica resistenza visibile, cioè  $R_u^0 = R_S$ .



Successivamente la corrente di sonda  $i_s$  sposterebbe verso l'alto il Source, attivando il generatore comandato che richiama corrente verso l'alto. Pertanto il generatore  $v_s$  deve fornire molta più corrente di prima, evidenziando una impedenza equivalente molto più bassa. Sappiamo quindi che dobbiamo dividere per  $(1 - G_{loop})$  :



$$R_u = \frac{R_u^0}{1 - G_{loop}} = \frac{R_S}{1 + g_m R_S} = R_S \parallel \frac{1}{g_m}$$

Anche qui il risultato trovato con la logica della retroazione coincide con quanto già calcolato con l'analisi nodale !

**E 11.22** Studiare il trasferimento di uno stadio Emitter follower analizzandolo come circuito reazionato. Ricavarne le espressioni del guadagno di anello e delle impedenze di ingresso ed uscita e confrontarle con le espressioni già ottenute nel Cap. 4.

Il guadagno di anello è  $G_{loop} = -g_m \cdot \left( \frac{\beta}{g_m} \parallel R_E \right)$

Anche per l'Emitter follower, come per il Source follower, si ha  $G_{id}=1$ .  
Diversamente dal MOSFET, c'è un guadagno diretto pari a :

$$G_{dir} = \frac{R_E}{R_E + \frac{\beta}{g_m}}$$

Il guadagno del circuito è quindi :

$$\frac{v_u}{v_{in}} = \frac{1}{1 + \frac{R_E + \beta/g_m}{\beta \cdot R_E}} + \frac{R_E}{R_E + \frac{\beta}{g_m}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\beta \cdot R_E}{R_E + \beta/g_m}} = \frac{(1 + \beta) \cdot R_E}{(1 + \beta)R_E + \beta/g_m}$$

La resistenza di ingresso dell'Emitter follower può essere ottenuta come quella di un qualunque circuito reazionato.

$$R_{in} = R_{in}^0 \cdot (1 - G_{loop}) \quad \text{dove} \quad R_{in}^0 = \beta/g_m + R_E$$

Svolgendo i calcoli, si ritrova l'espressione ben nota  $R_{in} = \beta/g_m + (\beta+1)R_E$ . Analogamente, per la resistenza di uscita si ottiene:

$$R_u = \frac{R_u^0}{(1 - G_{loop})}$$

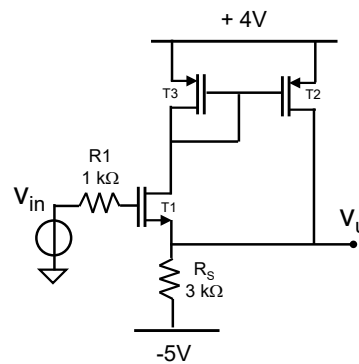
con

$$R_u^0 = \beta/g_m \parallel R_E$$

che porta alla nota espressione  $R_u = \beta/g_m \parallel R_E \parallel 1/g_m \cong R_E \parallel 1/g_m$

**E 11.23**

- a) Studiare il comportamento del circuito accanto come fosse un circuito retroazionato, confrontarlo con quello di un semplice Source follower senza lo specchio e convincersi che questo possa essere chiamato un super-follower ( $V_T=0.5V$ ,  $k=1mA/V^2$ ).
- b) Calcolarne il guadagno di anello.
- c) Calcolarne l'impedenza di uscita.
- d) Potreste migliorare ulteriormente le caratteristiche del circuito sbilanciando lo specchio? Quale scegliereste di area maggiore?





*Concludendo questo undicesimo capitolo hai concluso la tua undicesima fatica. Sentiti sempre come Ercole.*

Ad Ercole fu imposto di trovare il giardino segreto delle Esperidi abitato da quattro bellissime ninfe figlie della notte e di rubare loro le tre mele d'oro. Tale luogo era stato regalato da Gea alla coppia Zeus ed Era per le loro nozze.

Dopo averlo cercato in diverse zone della terra greca, Ercole si recò a chiedere informazioni a Prometeo che, riconoscente per essere stato liberato dalle catene che lo imprigionavano per essersi reso colpevole del furto del “fuoco divino”, gli diede l'informazione di dove fosse il giardino. Ercole si diresse così verso l'Africa, attraversò l'Egitto e giunse oltre la Libia fino a trovare il titano Atlante che reggeva il cielo sulle sue spalle. Costui era l'unico a poter entrare nel luogo in cui si trovavano le mele d'oro. Ercole si offrì di reggergli la volta celeste mentre lui sarebbe andato a prenderle. Quando però il titano tornò, dopo aver assaporato la libertà dall'enorme peso che era stato costretto a reggere sulla sua schiena, decise di lasciare Ercole in quella posizione per sempre, svincolandosi così dal suo obbligo.

Ercole si finse allora onorato di quel compito ma chiese ad Atlante di reggergli il peso del cielo solo per un attimo, in modo da potersi costruire una stuoia che avrebbe alleviato i suoi dolori. Ovviamente, non appena Atlante riprese il cielo sulle sue spalle, Ercole fuggì con le tre mele d'oro portando a termine il suo undicesimo compito.

